



Kent Academic Repository

Yan, Xinggang (1996) *Robust holographic control of complex interconnected systems with similar structure*. Doctor of Engineering (EngDoc) thesis, Northeastern University.

Downloaded from

<https://kar.kent.ac.uk/51829/> The University of Kent's Academic Repository KAR

The version of record is available from

<http://mylib.nlc.gov.cn/web/guest/search/boshilunwen/medaDataDisplay?metaData.id=689315&metaData>

This document version

UNSPECIFIED

DOI for this version

Licence for this version

UNSPECIFIED

Additional information

This PhD Thesis is in Chinese with English abstract.

Versions of research works

Versions of Record

If this version is the version of record, it is the same as the published version available on the publisher's web site. Cite as the published version.

Author Accepted Manuscripts

If this document is identified as the Author Accepted Manuscript it is the version after peer review but before type setting, copy editing or publisher branding. Cite as Surname, Initial. (Year) 'Title of article'. To be published in *Title of Journal*, Volume and issue numbers [peer-reviewed accepted version]. Available at: DOI or URL (Accessed: date).

Enquiries

If you have questions about this document contact ResearchSupport@kent.ac.uk. Please include the URL of the record in KAR. If you believe that your, or a third party's rights have been compromised through this document please see our [Take Down policy](https://www.kent.ac.uk/guides/kar-the-kent-academic-repository#policies) (available from <https://www.kent.ac.uk/guides/kar-the-kent-academic-repository#policies>).

博 士 论 文

复杂非线性相似组合大系统的
鲁棒控制与结构全息控制

严 星 刚

東 北 大 學

一九九六年十月

分类号 _____ 密级 _____ Z
UDC注1 _____ TP273.2
25

学 位 论 文

注2: 复杂非线性相似组合大系统的鲁棒
控制与结构全息控制

作者姓名 严星刚

注3:
指导教师姓名 张嗣瀛 教授

东北大学自动控制系

申请学位级别 博士 专业名称 自动控制理论与应用

论文提交日期 96.10.20 论文答辩日期 96.12.3

学位授予单位和日期 信息科学与工程学院

答辩委员会主席 徐心和 评阅人 潘德嘉, 易允文

1996年12月5日

注1: 注明UDC《国际十进分类法》的类号。



注明姓名和副题名。

注明导师的职务、职称、学位、单位名称及地址。

050190

W202651

摘 要

随着科学技术的发展，工程系统的规模越来越大，越来越复杂，这就要求人们必须能够处理一些复杂系统，在复杂的环境下完成一些较复杂的任务，从而复杂控制系统的研究向人们提出了严峻的挑战。

近年来，非线性科学的发展，特别是现代微分几何，微分代数理论的出现，为非线性控制理论的研究提供了新的工具，计算机科学的发展为利用控制理论解决复杂工程问题提供了可能性，从而推动了复杂控制系统研究的进一步深入。然而，由于一般复杂控制系统所涉及到的广泛复杂性，其研究将是一项长期而艰巨的任务，至少近期还不可能找到一种系统的研究复杂控制系统的有效方法。于是，设法利用系统自身的结构属性，首先研究一些具有特殊结构的系统，进而研究一般的复杂控制系统可能是一条极为有效的途径。本文就是基于这样一种想法，研究了一类具有相似结构的复杂非线性控制系统的结构全息控制问题及鲁棒控制问题。研究表明，相似结构能简化复杂非线性组合大系统的理论分析及控制器的工程设计，全息特性与相似结构密切相关。

（全文概述如下：

第一章简单介绍了一般复杂控制系统及其基本特征，描述了复杂非线性控制系统的相似结构，通过具体实例说明了相似结构存在的广泛性，并概述了结构全息控制器及其背景和意义；第二章研究了用结构全息控制器通过状态反馈对非线性相似组合大系统镇定的问题。主要分析了确定的时变非线性相似组合大系统，孤立子系统为单输入线性系统和可输入状态解耦的一类匹配结构不确定非线性相似组合大系统，及孤立子系统为具有一致相关度的匹配参数不确定非线性相似组合大系统，给出了结构全息集中控制器的设计方案，所得控制器的结构类似于“砰砰”控制结构，便于工程设计，考虑到集中控制的缺陷，本章还对于一类非匹配不确定非线性相似组合大系统给出了其结构全息分散控制器设计方案，说明了无论系统的不确定性是匹配的还是非匹配的，均可设计出一种结构全息控制器。从而揭示了全息特性与相似结构有着本质的联系；由于实际系统的状态一般是不可知或者仅是部分可知的，因而必须设计观测器来量测系统的状态变量，为此，本文第三章给出了非线性相似组合大系统的观测器设计方案，首先对于

满足“匹配条件的不确定非线性相似组合大系统给出了一种鲁棒变结构观测器设计方案，然后利用几何方法，通过引入一般非线性系统相关度概念，对具有较一般形式的确定非线性相似组合大系统给出了其渐近观测器的设计方法，本章的研究表明相似结构亦能简化大系统观测器的工程设计；由于非线性系统的复杂性，即便利用同一控制器，分别用估计状态和真实状态对同一系统进行镇定也可能会得到不同甚至截然相反的结论，于是，本文在第四章研究了基于渐近观测器所得的估计状态对非线性相似组合大系统进行镇定的控制器设计问题，并将所得结论应用于轴盘传动系统，仿真结果表明所得结论是非常有效的；考虑到对有些非线性相似组合大系统，其观测器的设计有时是不可能的，即便可能，也需消耗较大费用，所以，本文在第五章中专门研究了非线性相似组合大系统的输出反馈镇定问题，首先研究了孤立子系统为线性系统受非线性扰动的情形，然后分析了较一般的非线性相似组合大系统的鲁棒输出反馈镇定问题，本章的特点在于，研究的系统都是非匹配的，且所得结论均具有较好的鲁棒性，所设计的输出反馈控制器既是分散的，亦具有全息结构，因而具有重大的实用价值；最后，本文的第六章研究了非线性相似组合大系统的跟踪控制问题，分别给出了一类确定的非线性相似组合大系统的迭代学习控制方案及一类匹配不确定非线性相似组合大系统的输出跟踪鲁棒变结构控制方案，得到了一些初步的结果，同时也说明相似结构亦能简化非线性相似组合大系统跟踪问题的分析，全文最后提出了复杂非线性相似组合大系统的研究问题及前景展望。》

ABSTRACT

With development of scientific technology, the scale of engineering systems is more and more large. It is required that people must deal with some complicated systems and finish complicated tasks under complicated surroundings. Therefore, we must face complicated systems seriously.

In recent years, some new research methods such as modern geometric method and differential algebra method have been applied to the study of control theory according to the development of nonlinear science, and it is possible for us to solve complicated engineering systems with the development of computer science, which promotes the investigation of complicated control systems. Now, We must recognize clearly that investigations of complicated systems will be a long-term and arduous task, and it is not possible to find a valid method to deal with general complicated control systems in recent decades. But we think that to study some complicated systems with special structure at first, then, to study general complicated control systems may be a kind of valid method. In this paper, based on the thoughts above, a class of complicated nonlinear control systems with similar structure is considered, and problems of structural holographic control and robust control are studied. It is shown that both the theoretic analyzes and systems engineering design are able to be simplified by using *similar structure of systems*, and holographic property is closely connected with similar structure.

The paper may be summarized as follows:

In the first chapter, fundamental characteristics of general complicated systems are introduced and *similar structure of complicated control systems* is described. Then, some practical examples are given to illustrate the wide existences of similar systems. Finally, controllers with holographic structure are presented.

In the second chapter, state feedback centralized controllers with holographic structure are designed for some similar systems such as nonlinear time-varying composite systems, nonlinear uncertain composite systems with isolated subsystems which are single input linear systems or input-state decoupling systems, and parametric matched uncertain composite systems with isolated systems possessing uniform relative

degrees. Then, state feedback decentralized controllers with holographic structure are designed for nonlinear similar large-scale systems with unmatched uncertainties. Because the controllers designed in this chapter are similar to “Bang-Bang” control and of holographic structure, it is easy to be designed in practical engineering systems.

In the third chapter, observer design of similar systems is considered. First, a kind of robust variable-structure observer is proposed for “matched” uncertain composite systems. Then, an asymptotic observer is designed for composite systems with the isolated subsystems possessing general nonlinear systems by using modern differential geometric method. It is shown that observer design can be simplified by using similar structure of systems.

In chapter 4, observer-based stabilization for nonlinear similar composite systems is discussed. The obtained results are applied to disc-shift systems. Simulation shows that the results are effective.

In chapter 5, output feedback controllers with holographic structure for nonlinear composite systems are given to be used to stabilize the systems. The advantages of this chapter are that uncertainties involved in the chapter are unmatched, and the controllers are not only decentralized but also holographic. So it's of great practical value

In chapter 6, some tracking problems are considered. A kind of iterative learning control problem is studied for a class of nonlinear similar composite systems in section 1, and robust variable structure controller is proposed for a class of similar large scale systems with matched uncertainties to track desired output in section 2.

Some problems to be investigated late and good prospects of the study of similar systems are proposed to conclude the paper.

目 录

第一章 绪论	1
1.1 复杂控制系统概述	1
1.2 复杂非线性组合系统的相似结构	2
1.3 结构全息控制器及其背景	8
1.4 本文的主要工作	10
第二章 非线性相似组合大系统的结构全息状态反馈控制	12
2.1 时变非线性相似组合系统的全息稳定化	12
2.2 一类结构不确定相似大系统的全息鲁棒控制	17
2.3 不确定非线性相似大系统的结构全息集中控制	26
2.4 非匹配不确定相似系统的结构全息分散鲁棒控制	31
第三章 非线性相似组合大系统的渐近观测器设计	40
3.1 一类相似组合系统的变结构鲁棒观测器设计	40
3.2 一般非线性相似组合大系统的渐近观测器	46
第四章 基于状态观测器的非线性相似组合大系统的镇定设计及应用	55
4.1 基于状态观测器的相似组合系统的镇定设计	55
4.2 轴盘传动系统的镇定研究	63
第五章 非线性相似组合大系统的结构全息分散输出反馈鲁棒控制 ..	67
5.1 非匹配不确定大系统的大增益分散输出控制	68
5.2 完全非线性时变组合大系统的分散控制	77
第六章 非线性相似组合系统的跟踪控制	86
6.1 一类非线性相似组合大系统的迭代学习控制	86
6.2 非线性相似大系统的鲁棒变结构输出跟踪控制	93
问题与展望	101
参考文献	103
作者在攻读博士学位期间已发表及录用的论文目录	112
致谢	113

第一章 绪 论

1.1 复杂控制系统概述

当代科学技术的几项重大变革,如航天技术革命,信息技术革命,制造工业革命等,要求控制理论能够处理更为复杂的控制系统和提供更为有效的控制策略,从而复杂控制系统的研究引起了控制理论界的高度重视^[1-4].

近年来,随着非线性分析,非线性泛函,物理学中的非线性动力学等学科的迅速发展及现代微分几何方法,微分代数方法在非线形控制系统理论上的成功应用,引起了人们对非线性控制系统研究的高度重视,更多的控制学专家开始转入对非线性系统的研究,更多的工程师力图用非线性系统理论设计控制工程系统,从而促进了非线性控制理论的发展与深入.特别是高新技术的发展,生产系统的规模越来越大,形成了复杂大系统.复杂非线性控制大系统的研究向人们提出了严峻的挑战.同时,非线性系统理论的发展及计算机仿真技术的提高为研究复杂非线性大系统提供了可能性,复杂系统的研究已成为控制理论界的一个重要研究课题.

复杂控制系统问题包含被控对象,环境条件和控制手段三方面的复杂性,也有不确定性导致的复杂性,同时还有系统多模式集成和控制策略方面的复杂性.这类系统的典型实际背景有复杂大工业生产过程,计算机集成制造系统,空间飞行器中的各种复杂设施,柔性机器人系统,电力系统,化工系统,军事指挥系统以及一些自然发展形成的系统(如生物,社会等系统).对这类系统的研究,涉及非线性问题,鲁棒性问题,具有柔性结构的系统及离散事件动态系统等.分析表明复杂控制系统主要有以下几个基本特征

i) 系统构成上常具有多模式子系统集成的特点,如多机械手的协调控制(分为两层,上层是Petri网,下层是多关节机械手),具有太阳能帆板的卫星控制(卫星姿态系统是刚性的,而帆板是柔性的).

ii) 系统的不同模式之间的复杂关联特性.如非线性关联,模糊关联以

及随机关联等.

iii) 系统面临复杂的工作环境和强鲁棒性的要求.

iv) 系统一般需要采取复杂的控制策略.

针对复杂控制系统的上述特点, 文[2]指出, 数学工具和计算机仿真的高层次结合将是复杂控制系统理论研究的重要手段.

复杂系统的控制方法, 一方面要利用现有的控制理论思想对具体的子系统进行控制, 利用大系统理论等对系统进行分解, 用奇异摄动法考虑快慢系统的层次性问题, 另一方面, 对于非线性建模, 子系统联结与协调, 人的因素的参与等等, 都必须依靠计算机科学, 智能控制, 神经网络和传统的控制思想相结合, 以坚实的数学理论为基础, 才有可能产生一整套的适用于复杂系统的新的控制理论和方法. 但是, 由于一般复杂控制系统所容纳的许多复杂性, 诸如受控对象模型的不确定性, 高度非线性性, 子系统之间的复杂关联特性, 分布式传感器和执行器, 系统的动态突变, 多时间标度, 复杂的信息模式以及庞大的数据量等, 很难找到一条处理一般复杂系统的较为有效的途径. 于是, 从复杂控制系统的结构出发, 利用系统自身的结构属性, 首先研究一些具有特殊结构的复杂系统, 如具有级联结构的级联系统^[3,6], 具有对称结构的对称系统^[3,7,8] 以及具有相似性结构的相似系统^[3,8] 等, 进而研究一般的复杂系统可能是处理复杂控制系统的一条极为有效的途径. 本文将主要讨论具有相似结构的复杂非线性组合大系统的控制问题.

1.2 复杂非线性组合系统的相似结构

非线性相似组合大系统是具有特定结构—相似结构的复杂控制系统之一. 许多自然发展形成的系统, 如生物系统, 社会系统等, 这类系统为了适应其外部环境, 力求以最佳状态运行, 故应是“自寻最优地”逐渐演化而形成其结构^[3]—相似结构, 例如, 由原始社会低级的部落演化而来的今天的高级社会系统—国家, 便是一个具有相似结构的系统. 事实上, 一个国家的中央, 省, 市, 县等组织机构是相似的, 中央设有财政部, 组织部, 公安部, 教委等部门, 而各省, 市, 县也设有相类似的组织部门, 它们不但组织机构相似, 而且其相应机构的运行机制也是相似的, 再比如, 同一层次不同类型的星系, 恒星系, 行星系统之间都存在系统结构的相似性及运动形式的相似

性。相似结构不仅存在于自然形成的系统中，而且存在于许多人为设计的系统中，如电力系统，多臂机器人系统，互联双摆系统及倒立双摆系统等。

1.2.1 复杂系统的相似结构

考虑如下两个非线性系统

$$\begin{aligned} \Sigma_1: & \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \\ \Sigma_2: & \begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}, v) \\ y = \tilde{h}(\tilde{x}) \end{cases} \end{aligned}$$

其中 $x, \tilde{x} \in R^n$, $u, v, y, \tilde{y} \in R^m$ 分别是系统 Σ_1 和 Σ_2 的状态，输入和输出， $f(x), \tilde{f}(\tilde{x})$ 分别是其定义域上的光滑向量场， $h = (h_1, h_2, \dots, h_m)^T$, h_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 是 C^∞ 函数。

定义1.2.1. 如果存在微分同胚 $D: x \mapsto \tilde{x}$ 和 $\alpha(x) \in C^\infty(\Omega)$, $\beta(x) \in Gl(m, C^\infty(\Omega))$ 使得系统 Σ_1 与反馈

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (1.1)$$

构成的闭环系统在 \tilde{x} 坐标下，具有 Σ_2 的结构形式，则称系统 Σ_1 和系统 Σ_2 相似，并称 (D, α, β) 为系统 Σ_1 到系统 Σ_2 的相似参量。

注1.2.1. 若 $\alpha(x) = 0$, $\beta(x) = I$ ，则上述非线性相似系统的定义是线性等价系统概念的进一步推广。若 D 是恒等变换，则上述相似系统即为反馈等价系统。由 $\beta(x)$ 的非奇异性易知，这种相似关系是一种等价关系，它满足自反性，对称性和传递性。

考虑如下的非线性组合大系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i) + \wedge f_i(x_i) + G_i(x_i) \left(u_i + \Delta g_i(x_i) \right) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \left(H_{ij}(x_j) + \Delta H_{ij}(x_j) \right), \\ y_i &= h_i(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (1.2)$$

其中 $x_i \in \Omega_i \subset R^n$, $u_i, y_i \in R^m$ 分别是第 i 个子系统的状态，输入和输出， $x = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_N) \in \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_N$, $G_i(x_i) = (g_{1i}(x_i), g_{2i}(x_i), \dots, g_{mi}(x_i))$, $f_i(x_i), g_{li}(x_i) \in V^\omega(\Omega_i)$, $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N H_{ij}(x_j)$ 是确定的互联项， $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \Delta H_{ij}(x_j)$ 是不确定的互

联项, $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \cdots \times \Omega_N$ 是 $x_0 \in R^{N \times n}$ 的某邻域, $h_i = (h_{i1}(x_i), h_{i2}(x_i), \cdots, h_{im}(x_i))^T, h_{ij}(x_i) \in C^\infty(\Omega_i) (i = 1, 2, \cdots, N, j = 1, 2, \cdots, m)$.

定义1.2.2 称系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i) + \Delta f_i(x_i) + G_i(x_i)(u_i + \Delta g_i(x_i)), \\ y_i &= h_i(x_i), \quad i = 1, 2, \cdots, N \end{aligned} \quad (1.3)$$

为系统(1.2)的孤立子系统, 系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i) + G_i(x_i)u_i, \\ y_i &= h_i(x_i), \quad i = 1, 2, \cdots, N \end{aligned} \quad (1.4)$$

为系统(1.2)的名义子系统.

定义1.2.3 如果非线性组合大系统(1.2)的 N 个名义子系统在其研究区域上是彼此相似的, 即存在微分同胚 $T_i: x_i \mapsto z_i$ 及 $\alpha_i(x_i) \in C_m^\infty(\Omega_i), \beta_i(x_i) \in Gl(m, C^\infty(\Omega_i))$ 使得由反馈

$$u_i = \alpha_i(x_i) + \beta_i(x_i)u_i, \quad i = 1, 2, \cdots, N \quad (1.5)$$

与系统(1.4)构成的闭环系统在 $z = \text{col}(z_1, z_2, \cdots, z_N)$ 坐标下具有如下的结构形式

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= f(z_i) + G(z_i)u_i, \\ y_i &= h(z_i), \quad i = 1, 2, \cdots, N, \end{aligned} \quad (1.6)$$

则称系统(1.2)为非线性相似组合大系统, 并称 (T_i, α_i, β_i) 为系统(1.2)的第 i 个子系统的相似参量.

注1.2.2. 上述相似组合大系统的概念完全可以平行地推广到时变非线性组合大系统的情形, 此时, 相似参量 (T_i, α_i, β_i) 中的 α_i, β_i 一般是时变的.

非线性相似组合大系统是复杂系统之一, 其复杂性主要表现在: i) 系统的非线性特性; ii) 系统的不确定性; iii) 系统的高维性; iv) 子系统之间的互联特性. 正是由于这些特征使得非线性相似组合大系统的研究非常困难, 因而这方面的结果甚少. 本文将对这类系统的有关控制问题作一些初步的研究.

1.2.2 实例

由定义1.2.3 知, 非线性相似组合大系统实质上是由相似的名义子系统互联

而成的组合大系统，正如文[3]所指出的，这种由行动特性相同或相似的子系统互联而成的组合大系统在许多其它领域都出现过，如将相同机床组合，大规模生产同类小部件；大规模并行计算；人工神经网络等^[3]。这类系统有着广泛的实际背景。

例1.2.1 倒立双摆系统模型^[10]：考虑两个由弹簧联结的置于小车上的倒立摆，其中弹簧可沿着摆滑动(如图1)。

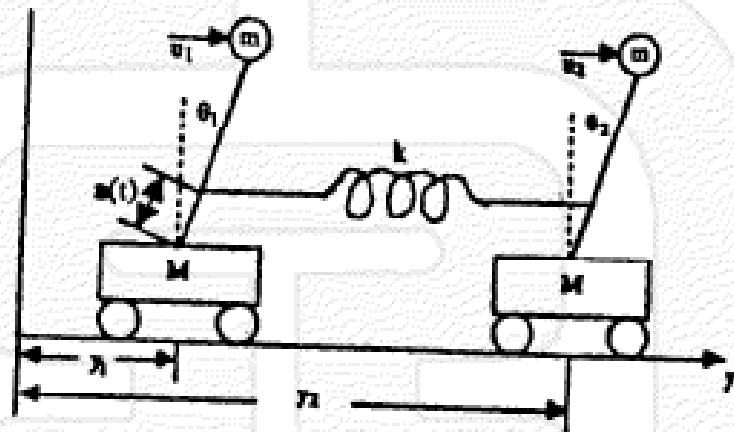


图1.2.1 小车上的倒立双摆系统

令 $x_1 = (\theta_1, \dot{\theta}_1)^T$, $x_2 = (\theta_2, \dot{\theta}_2)^T$, 则小车上的倒立双摆系统的动态方程为

$$\dot{x}_1 = \begin{bmatrix} \frac{g}{cl} - \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cmI^2} & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + k \begin{bmatrix} \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cmI^2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_2 - \begin{bmatrix} \frac{m}{M} \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1^2 + \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cmI^2} (y_1 - y_2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x}_2 = \begin{bmatrix} \frac{g}{cl} - \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cmI^2} & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_2 + k \begin{bmatrix} \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cmI^2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} \frac{m}{M} \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 + \frac{ka(t)(a(t) - cl)}{cmI^2} (y_2 - y_1) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_2 = (1 \ 0)x_2, \quad Y_1 = (1 \ 0)x_1,$$

其中 $c = M/(M + m)$, k 和 g 分别是弹簧系数和重力常数。考察其结构易知，此系统是由结构相同的子系统以相似的方式互联而成的。显然，它是一相

似组合大系统.

例1.2.2. 双机械臂协调控制系统^[11]: 考虑两个二连杆机械臂合作搬运一物体. 两个平面机械臂的动力学方程分别为:

$$D_1(\theta^1)\ddot{\theta}^1 + E_1(\theta^1, \dot{\theta}^1) + J_1^T(\theta^1)F = \tau^1 \quad (1.7)$$

$$D_2(\theta^2)\ddot{\theta}^2 + E_2(\theta^2, \dot{\theta}^2) + J_2^T(\theta^2)F = \tau^2$$

其中 $\theta^1 = \text{col}(\theta_1^1, \theta_2^1)$, $\theta^2 = \text{col}(\theta_1^2, \theta_2^2)$, $\tau^1 = \text{col}(\tau_1^1, \tau_2^1)$, $\tau^2 = \text{col}(\tau_1^2, \tau_2^2)$, D_i , θ^i , E_i , J_i , τ^i ($i = 1, 2$) 分别是两机械臂的惯量矩阵, 关节角矢量, 离心力, 哥氏力, 重力矢量, Jacobi 矩阵和关节力矩矢量.

由[11]知道, 在两机械臂的加速度约束下, F 为 $\theta_1, \dot{\theta}^1, \theta^2, \dot{\theta}^2$ 的函数, 记 $F = K(\theta^1, \dot{\theta}^1, \theta^2, \dot{\theta}^2)$, $x_{i1} = \text{col}(\theta_1^i, \theta_2^i)$, $x_{i2} = \text{col}(\dot{\theta}_1^i, \dot{\theta}_2^i)$, $x_i = \text{col}(x_{i1}, x_{i2})$, $x = \text{col}(x_1, x_2)$, $u_i = \tau^i$ 则双机械臂的动力学方程可描述为

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + g_i(x_i)u_i + H(x), \quad i = 1, 2. \quad (1.8)$$

其中

$$f_i(x_i) = \begin{bmatrix} x_{i2} \\ -D_i^{-1}E_i \end{bmatrix}, \quad g_i(x_i) = \begin{bmatrix} 0 \\ D_i^{-1} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2.$$

$$H_i(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ (-1)^{i+1} J_i^T D_i^{-1} K(x) \end{bmatrix},$$

选择机械臂终端执行器为系统的输出, 即

$$y_i = \begin{bmatrix} h_{i1} \\ h_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l \cos \theta_1^i + l \cos(\theta_1^i + \theta_2^i) \\ l \sin \theta_1^i + l \sin(\theta_1^i + \theta_2^i) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2,$$

其中 $l = l_1 = l_2$ 为机械臂的杆长.

令

$$T_i : \begin{cases} x_{i1} = l \cos x_{i1} + l \cos(x_{i1} + x_{i2}) \\ x_{i2} = -l(\sin x_{i1} + \sin(x_{i1} + x_{i2})) - l \sin(x_{i1} + x_{i2}) x_{i4} \\ x_{i3} = l \sin x_{i1} + l \sin(x_{i1} + x_{i2}) \\ x_{i4} = -l[\cos x_{i1} + \cos(x_{i1} + x_{i2})] x_{i3} + l \cos(x_{i1} + x_{i2}) x_{i4} \end{cases}$$

$$\alpha_i = -D_i J_i^{-1} \left(\frac{\partial J_i}{\partial x_{i1}} x_{i3} + \frac{\partial J_i}{\partial x_{i2}} x_{i4} \right) \begin{bmatrix} x_{i3} \\ x_{i4} \end{bmatrix} - E_i(x_i) + (-1)^i J_i^T K(x),$$

$$\beta_i = D_i(x_i)J_i^{-1}(x_i).$$

容易验证上述系统是相似组合系统.

例1.2.3. 互联双摆系统^[11]: 考虑含有不确定参数的耦合双摆系统. 如图 1.2.2

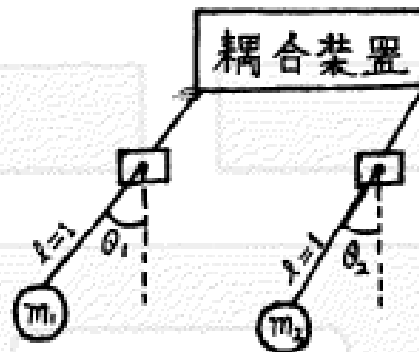


图1.2.2. 互联双摆系统

其动力学方程为

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_1 &= -\sin\theta_1 + u_1 - \zeta_1 \cos\theta_1 - 0.1\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 &= -\sin\theta_2 + u_2 - \zeta_2 \cos\theta_2 - 0.1\dot{\theta}_1\end{aligned}$$

其中 θ_i , u_i ($i = 1, 2$) 分别为双摆系统的摆角和控制输入, $\zeta_i \in [-1, 1]$ ($i = 1, 2$) 为不确定参数. 令

$$x_1 = \text{col}(x_1^1, x_1^2) = \text{col}(\theta_1, \dot{\theta}_1), \quad x_2 = \text{col}(x_2^1, x_2^2) = \text{col}(\theta_2, \dot{\theta}_2), \quad x = \text{col}(x_1, x_2).$$

则互联双摆系统的动力学方程可表达为下述形式:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= f_i(x_i) + \Delta f_i(x_i) + g_i(x_i)u_i + H(x) \\ y_i &= h_i(x_i) = x_i^1, \quad i = 1, 2.\end{aligned} \tag{1.9}$$

其中

$$\begin{aligned}f_1(x_1) &= \begin{bmatrix} x_1^2 \\ -\sin x_1^1 \end{bmatrix}, & g_1(x_1) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \Delta f_1(x_1) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -\zeta_1 \cos x_1^1 \end{bmatrix}, & H_1(x) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1x_2^2 \end{bmatrix},\end{aligned}$$

$$f_2(x_2) = \begin{bmatrix} x_2^2 \\ -\sin x_2^1 \end{bmatrix}, \quad g_2(x_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\Delta f_2(x_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\zeta_2 \cos x_2^1 \end{bmatrix}, \quad H_2(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -0 \ 1 x_1^2 \end{bmatrix},$$

显然, 系统(1.9) 是一相似组合大系统.

例1.2.4 考虑由 N 个电机组成的多级电力系统, 其动态系统模型为^[13]:

$$M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + D_i \frac{d \delta_i}{dt} = P_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N b_{ij} \sin \delta_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1.10)$$

其中 M_i 为惯量常数, D_i 为阻尼系数, δ_i 为第 i 个电机轴的转子相对于系统同步速度运转轴的夹角, $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$, P_i 为有效输入功率, $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N b_{ij} \sin \delta_{ij}$ 为第 i 个电机与其它电机之间的关联作用.

选取

$$x_{i1} = \delta_i, \quad x_{i2} = \dot{\delta}_i, \quad x_i = \text{col}(x_{i1}, x_{i2}),$$

$$u_i = P_i, \quad H_{ij}(x) = -b_{ij} \sin \delta_{ij},$$

如果 N 个电机相同, 则令 $M_i = M$, $D_i = D$, 选取 δ_i 为第 i 个子系统的输出, 则多级电力系统模型可表示为:

$$\dot{x}_i = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D}{M} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N H_{ij}(x), \quad (1.11)$$

$$y_i = (0 \ 1) x_i, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

显然它是一非线性相似组合大系统.

1.3 结构全息控制器及其背景

相似现象是现实世界中广泛存在的一种现象, 近年来, 其研究受到了许多学者的普遍关注. [14] 分析了自然界大量的相似现象, 提出了一门新兴的边缘学科—相似学, [15] 讨论了多级系统的层次结构, 从系统学的角度提出了 n 级相似的概念, [16] 研究了生长系统, 从中可看出相似系统的演化过程.

[17] [18] 也研究了有关相似系统的问题. 但是, 通过分析自然现象及生物系统, 特别是受我国针灸学的启发提出相似控制系统, 并通过控制系统的中间层次来控制整个系统的全息控制思想则是文[3][9] 首先提出的, 这种独特的研究方法国内外似乎未曾见到. 这一深刻的思想为建立控制理论的一个全新的研究领域开劈了广阔的前景. 近期的研究表明这将是 一条极为有效的研究途径.

文[19] 指出, 生物个体是一个大系统, 它由许多相对独立的小系统组成, 在大系统与小系统之间存在着全息对应关系. 生物全息律揭示了生物全息元上的各部位, 相对于该全息元的其它部位, 总是和整体或其它全息元上其所对应部位生物特性相似程度较大. 全息元在不同程度上成为整体的缩影, 且各全息元之间在不同程度上是相似的. 文[20] 从全息的角度说明了针灸学等医学观点, 受这些全息现象及文[3][9] 思想的启发, 本文将提出一种结构全息控制器.

定义1.3.1 考虑系统(1.2), 设 $x_0 \in \Omega \subset R^{nN}$ (Ω 是 x_0 的某邻域), 系统(1.2) 是区域 Ω 上的相似组合大系统, 且系统(1.2) 的第 i 个子系统的相似参量为 (T_i, α_i, β_i) ($i = 1, 2, \dots, N$). 如果存在函数

$$u = u(x, T, \alpha, \beta) \quad (1.12)$$

使得由反馈

$$u_i = u(x, T_i(x_i), \alpha_i(x_i), \beta_i(x_i)), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1.13)$$

与系统(1.2) 构成的闭环系统在 Ω 上渐近稳定, 则称系统(1.2) 可结构全息镇定, 并称(1.13) 为系统(1.2) 的结构全息控制器.

之所以称(1.13) 为系统(1.2) 的结构全息控制器, 主要是因为控制器(1.13) 具有如下特征: 整个大系统的控制器是由 N 个控制器 u_1, u_2, \dots, u_N 构成的. 从(1.12) 式可以看出, 这 N 个控制器的任一个控制器的结构都代表了其它控制器的全部结构信息, 于是, 从任一控制器的结构信息, 借助于子系统的相似参量, 就可以获得其它控制器的全部信息, 进而获得整个大系统控制器的全部结构信息, 所以, 称这种控制器为结构全息控制器.

从工程角度分析, 结构全息控制器能够简化系统的工程设计. 事实上, 由控制器(1.13) 的结构全息特性知道, 在工程实际中, 可先设计 N 个结构相同的控制器(1.12), 然后适当调试相似参量(函数发生器), 即可得到满足要求的结构全息控制器(1.13), 特别当子系统的个数 N 较大时, 其优越性则更为明

显. 另外, 当结构全息控制器中的某个控制器被损坏或者被完全烧毁, 亦可根据其它控制器的结构确定出该控制器的结构, 并借助于(或求出) 相应子系统的相似参量设计出一个满足要求的控制器. 所以, 研究结构全息控制器不但具有重要的理论意义, 而且具有重大的实用价值.

1.4 本文的主要工作

本文主要研究具有相似结构的复杂非线性组合大系统(1.2), 这类系统具有高度的非线性特性, 而非线性系统的基础是李亚普诺夫(Lyapunov) 理论, 所以, 本文主要运用 Lyapunov 方法, 结合现代微分几何理论, 变结构控制理论及学习控制方法, 研究了这类复杂非线性相似组合大系统的系列控制问题.

众所周知, 大系统互联项的处理是大系统理论的一个重要问题, 也是一个难点. 对于线性相似组合大系统和线性对称组合大系统, 文[21] 和[22] 给出了处理互联项的非常好的方法, 使得大系统的互联项能够得以充分利用. 然而, 对于复杂非线性相似组合大系统, 问题则要复杂得多. 文[23] 通过一个例子说明, 对于非线性系统, 即便含有一个以指数衰减的项, 也会对系统性能产生很大影响, 所以对于非线性相似组合大系统, 不可能象线性相似组合大系统那样充分利用系统之间的互联作用. 于是, 寻求一种处理互联项的方法, 以求最大限度地降低所得结论的保守性是研究复杂非线性组合大系统必须考虑的一个重要问题之一. 本文提出了对大系统确定互联项的一种分解方法, 特别对于互联项的确定部分和不确定部分可分离成两项和的情形, 本文则采用分别处理的办法, 从而在一定程度上降低了所得结论的保守性, 提高了系统的鲁棒性能.

复杂非线性相似组合大系统的特点之一是维数高, 规模大, 在地理上可能覆盖几十甚至几百公里, 因而导致计算量大, 信息交流困难以及庞大的数据处理及误差累计给实际系统分析和设计带来极大困难. 如果操作不当, 会造成巨大的经济浪费, 甚至发生灾难性的后果. 为此, 本文不但给出了集中控制的有关结论, 而且给出了大量的有关分散控制的结论. 另外本文结合系统相似结构的特征, 提出了一种结构全息控制器, 使得大系统控制器的设计得以极大简化, 从中可以看出, 相似结构能简化大系统的分析与设计. 对于由 N 个 n 阶子系统互联而成的相似组合大系统, 通常一般需

要解 N 个 n 阶Lyapunov方程或者类似复杂程度的分析,而本文则利用系统的相似结构,使得具体分析中只需解一个 n 阶Lyapunov方程,这就使得计算量大大降低,特别对于子系统个数较多的情形,其优越性则更为明显.

全文结构如下:第二章讨论了非线性相似组合大系统的状态反馈镇定问题,分别对孤立子系统为非线性,时变非线性,及时不变线性系统给出了结构全息控制器的设计方案,其中有集中控制的结论,也有分散控制的结论;由于实际中系统的状态一般是不可知或者仅是部分可知的,因而必须设计观测器来量测系统的状态变量,所以,本文第三章对于不确定的非线性相似组合大系统给出了一种变结构观测器设计方案,对一般确定的非线性相似组合大系统给出了其渐近观测器的设计方法;由于非线性系统的复杂性,用估计状态和真实状态对系统进行研究可能会得到不同甚至截然相反的结论^[24],于是,本文的第四章给出了基于渐近观测器所得的估计状态的非线性相似组合大系统的镇定控制器设计,并将所得结论应用于轴盘传动系统,仿真结果表明所得结论是非常有效的;考虑到对有些非线性相似组合大系统,其观测器的设计有时是不可能的,即便可能,也需消耗较大费用,本文在第五章中研究了用输出反馈镇定的结构全息控制器的设计问题,且对较一般的时变非线性相似组合大系统在非匹配条件下给出了其输出反馈控制器的设计方案;第六章研究了非线性相似组合大系统的跟踪控制问题,其中包括迭代学习跟踪控制问题和输出跟踪控制问题,得到了一些初步的结果.最后,提出了复杂非线性相似组合大系统的研究问题及前景展望.

本文的研究表明,相似结构能大大简化复杂非线性组合大系统的理论分析及工程设计,相似结构与全息特性密切相关.这一点与文[3]和[9]的预见完全吻合.

第二章 非线性相似组合大系统的结构全息状态反馈控制

大系统的镇定问题是控制理论中的重要问题之一，其控制策略主要有集中控制^[25-27]和分散控制^[28-33]。由于集中控制可以利用系统的全部状态信息，因而，所得结论保守性较小，但由于大系统的高维性及各子系统可能处于不同的地理位置，信息传递会受到一定的约束，即使信息传递不受影响，也可能由于计算量过大而不能采用集中控制方式，所以，就必须考虑分散控制。分散控制中，各子系统只需要根据自己的信息就能确定自己的控制，便于对出现于子系统的干扰迅速做出反应，且各控制站之间不需信息交换，从而节省了大量的能量。本章将首先给出时变的确定非线性相似组合大系统及时不变的匹配不确定相似组合大系统的结构全息状态反馈集中控制的若干结论，然后再研究非匹配条件下非线性相似组合大系统的结构全息状态反馈分散控制问题。本章设计的控制器均具有结构全息特性，因此，相对于现有结果来说，计算量小，易于工程设计。

2.1 时变非线性相似组合系统的全息稳定化

2.1.1 系统描述

考虑由 N 个 n 阶单输入系统互联而成的组合时变系统

$$\dot{x}^i = f_i(x^i, t) + g_i(x^i, t)u^i + \Phi_i(x, t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.1)$$

其中 $x^i \in R^n$, $u^i \in R$ 分别是第 i 个子系统的状态向量及输入, $x_0^i \in \Omega_i \subset R^n$, $f_i(x^i, t) \in C_{n \times 1}^\infty(\Omega_i \times [t_0, +\infty))$, $g_i(x^i, t) \in GC_{n \times 1}^\infty(\Omega_i \times [t_0, +\infty))$, $\Phi(x, t) \in$

$C_{n \times 1}(\Omega_i \times [t_0, +\infty))$ 是系统(2.1)的互联项. 其中 $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \cdots \times \Omega_N$ 是 $x_0 = (x_0^1, x_0^2, \cdots, x_0^N)$ 的邻域. 对一切 $t \geq t_0$, $\Phi_i(0, t) = f_i(0, t) = 0$.

现在对于上述系统(2.1), 提出这样一个问题: 如果系统(2.1)是区域 Ω 上的相似组合系统, 且(2.1)有一个孤立子系统可稳定化, 试设计一全息控制器, 使相似系统(2.1)在 x_0 点可全息稳定化

为解决上述问题, 我们给出如下几个有用的结论:

考虑系统

$$\dot{x} = \phi(x, t), \quad (2.2)$$

其中 $x = \text{col}(x_1, x_2, \cdots, x_n)$, $\phi(x, t) \in C_{n \times 1}(R^n \times [t_0, +\infty))$, 且 $\phi(0, t) = 0$ ($t \geq t_0$)

引理2.1.1^[34] 系统(2.2)的解 $x = 0$ 稳定的充分必要条件是在某个区域 $\{(x, t) \mid \|x\| < M, t \geq t_0\}$ 上存在正定函数 $V(x, t)$, 使得 $\frac{dV}{dt} |_{(2.2)} \leq 0$.

对于一般的 n 阶单输入系统

$$\dot{x} = A(x, t) + B(x, t)u \quad (2.3)$$

其中 $A(x, t) \in C_{n \times 1}^\infty(\Omega_i \times [t_0, +\infty))$, $B(x, t) \in GC_{n \times 1}^\infty(\Omega_i \times [t_0, +\infty))$, $u \in R^1$, Ω 是原点的某邻域, $A(0, t) = 0$ ($t \geq t_0$). 则有如下结论:

引理2.1.2 系统(2.3)经微分同胚 $z = T(x)$ ($x \in \Omega$, $T(0) = 0$) 及反馈 $u = \alpha(x, t) + \beta(x, t)v$ ($\alpha \in C^\infty(\Omega \times [t_0, +\infty))$, $\beta \in GC(\Omega \times [t_0, +\infty))$) 在 z 坐标下的形式为

$$\dot{z} = \bar{A}(z, t) + \bar{B}(z, t)v, \quad (2.4)$$

则系统(2.4)在 $z = 0$ 可稳定化, 当且仅当(2.4)在 $z = 0$ 可稳定化.

证明 由系统(2.3)在 $x = 0$ 可稳定化知, 存在反馈

$$u = \psi(x, t), \quad (2.5)$$

使得闭环系统

$$\dot{x} = A(x, t) + B(x, t)\psi(x, t), \quad (2.6)$$

在 $x = 0$ 是稳定的, 故由引理2.1.1知, 存在正定函数 $V(x, t)$ 使得

$$\dot{V} |_{(2.6)} \leq 0$$

考虑系统(2.4), 直接计算有

$$\begin{aligned}\bar{A}(z, t) &= \left[\frac{\partial T}{\partial \bar{x}} \right]_{z=T^{-1}(z)} \left(A(T^{-1}(z), t) + B(T^{-1}(z), t)\alpha(T^{-1}(z), t) \right) \\ \bar{B}(z, t) &= \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right]_{z=T^{-1}(z)} B(T^{-1}(z), t)\end{aligned}$$

对系统(2.4) 构造反馈

$$v(z, t) = -\alpha(T^{-1}(z), t) + \beta(T^{-1}(z), t)\psi(T^{-1}, t)$$

及 Lyapunov 函数

$$\bar{V} = V(T^{-1}(z), t)$$

则

$$\begin{aligned}\dot{\bar{V}} \Big|_{(2.4)} &= \frac{\partial V}{\partial V} \frac{\partial T^{-1}}{\partial z} \left(\bar{A}(z, t) + \bar{B}(z, t)v(z, t) \right) \\ &= \frac{\partial V}{\partial \bar{V}} \frac{\partial T^{-1}}{\partial z} \left(A(z, t) + B(z, t)\psi(z, t) \right) \\ &= \dot{V} \Big|_{(2.3)} \\ &\leq 0\end{aligned}$$

由引理2.1.1 即得系统(2.4) 在点 $z = 0$ 可稳定化.

[证毕]

2.1.2 相似系统的全息稳定化

定理2.1.1 设系统(2.1) 是 Ω 上的相似组合系统, 如果系统(2.1) 有一个孤立子系统在 x_0^i 可稳定化, 且

$$\Phi_i(x, t) = g_i(x^i, t)b_i(x, t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.7)$$

则相似组合系统(2.1) 在 x_0 点可全息稳定化。

证明 由系统(2.1) 在 Ω 上的相似性知, 存在 Ω_i 上的微分同胚 $T_i: x^i \mapsto z^i$ (不妨设 $T_i(x_0^i) = 0$, 若不然, 取微分同胚 $z^i = T_i(x^i) - T_i(x_0^i)$ 即可) 及 $\alpha_i(x^i, t) \in C^\infty(\Omega_i \times [t_0, +\infty))$, $\beta_i(x^i, t) \in GC(\Omega_i \times [t_0, +\infty))$, 使系统(2.1) 与反馈

$$u^i = \alpha_i(x^i, t) + \beta_i(x^i, t)v^i$$

构成的闭环系统在 $z = (z_1, z_2, \dots, z_N)$ 坐标下具有如下结构

$$\dot{z}^i = f(z^i, t) + g(z^i, t) + H_i(z, t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.8)$$

其中

$$H_i(z, t) = \left[\frac{\partial T_i}{\partial x_i} \Phi_i(x, t) \right]_{x=T^{-1}(z)}$$

不失一般性, 设 $x_0 = 0$ 。由于(2.1)有一个孤立子系统可稳定化, 不妨设其第 1 个子系统在 $x_0^1 = 0$ 点可稳定化。由引理 2.1.1 知系统

$$\dot{z}^i = f(z^i, t) + g(z^i, t), \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

在 $z_0^1 = 0$ 点可稳定化, 即有 $v^1 = v(z^1, t)$, 使得系统

$$\dot{z}^i = f(z^i, t) + g(z^i, t), \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

在 $z_0^i = 0$ 点是稳定的。由于系统的表达方式与所采用的变量记号无关, 故

$$v^i = v(z^i, t), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

能使系统

$$\dot{z}^i = f(z^i, t) + g(z^i, t)v(z^i, t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.9)$$

稳定化。

由引理 2.1.1 知在 $\Omega \times [t_0, \infty)$ 上存在正定函数 $V(z^i, t)$, 使得

$$\frac{dV(z^i, t)}{dt} \Big|_{(2.9)} \leq 0. \quad (2.10)$$

现在考虑系统(2.1)。构造控制器

$$u = u_a + u_b \quad (2.11)$$

其中

$$u_a = \alpha^* + \beta^* v(T^*, t)$$

$$u_b = \begin{cases} -\rho(x, t) \frac{\partial V(T^*, t)}{\partial T^*} g(T^*, t) (\beta^*)^{-1} \geq 0 \\ \rho(x, t) \frac{\partial V(T^*, t)}{\partial T^*} g(T^*, t) (\beta^*)^{-1} \leq 0 \end{cases}$$

$$\rho(x, t) = \max_i \{b_i(x, t)\}$$

从(2.11)的结构知 u_b 是与 T^* 有关的函数, 其作用主要是为了抑制互联项 $\Phi_i(x, t)$ 的影响, 称为附加控制, 其表达式与 i 无关。 u_a 仅是 α^* , β^* , T^* 的函数, 故只需证由反馈

$$u^i = u_a^i + u_b^i \quad (2.12)$$

其中

$$u_a^i = \alpha_i(x_i, t) + \beta_i(x_i, t)V(T_i(x_i), t)$$

$$u_b^i = \begin{cases} -\rho(x, t) - \frac{\partial V(T_i(x^i), t)}{\partial T_i} g(T_i(x^i), t) \beta_i^{-1} \geq 0 \\ -\rho(x, t) + \frac{\partial V(T_i(x^i), t)}{\partial T_i} g(T_i(x^i), t) \beta_i^{-1} < 0 \end{cases}$$

$$\rho(x, t) = \max_i \{ \Phi_i(x, t) \}$$

与系统(2.1)组成的闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{x}^i = & f_i(x^i, t) + g_i(x^i, t)\alpha_i(x^i, t) + g_i(x^i, t)\beta_i(x^i, t)v(T_i(x^i), t) \\ & + g_i(x_i, t)(u_b^i + b_i(x, t)), \quad i = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (2.13)$$

在 $x = 0$ 点是稳定的。

构造 Lyapunov 函数

$$\bar{V} = \sum_{i=1}^N V(T_i(x^i), t)$$

由于 $V_i(T(x^i), t)$ 皆为正定函数且满足式(2.10), 显然 \bar{V} 是 $\Omega \times [t_0, \infty)$ 上的正定函数。且

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{V}}{dt} & \Big|_{(2.13)} \\ = & \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x^i} (f(x^i, t) + g(x^i, t)v(x^i, t)) \right) \\ & + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial V}{\partial T_i} g(T_i(x^i), t) \beta_i^{-1} (u_b^i + \Phi_i(x, t)) \right) \\ \stackrel{(2.16)}{\leq} & \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial V}{\partial T_i} g(T_i(x^i), t) \beta_i^{-1} (u_b^i + \Phi_i(x, t)) \right) \end{aligned}$$

由 $\rho(x)$ 的定义易知

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial V}{\partial T_i} g(T_i(x^i), t) \beta_i^{-1} (u_b^i + \Phi_i(x, t)) \right) \\ \leq & \begin{cases} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial V}{\partial T_i} g(T_i(x^i), t) \beta_i^{-1} (u_b^i + \rho(x)) \right), & \frac{\partial V(T_i(x^i), t)}{\partial T_i} g(T_i(x^i), t) \beta_i^{-1} \geq 0 \\ \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial V}{\partial T_i} g(T_i(x^i), t) \beta_i^{-1} (u_b^i - \rho(x)) \right), & \frac{\partial V(T_i(x^i), t)}{\partial T_i} g(T_i(x^i), t) \beta_i^{-1} < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

给合 u_0^i 的定义易知 $\frac{dV}{dt}|_{(2.13)} \leq 0$, 由引理2.1.1知系统(2.1)在 $x=0$ 可稳定化, 故(2.12)是系统(2.1)的全息稳定化控制器。 [证毕]

如果系统(2.1)是定常系统, 且存在 N 个输出函数 $y_i(x^i)$ ($i=1, 2, \dots, N$), 使系统

$$\begin{aligned} \dot{x}^i &= f_i(x^i) + g_i(x^i)u^i, \\ y_i &= y_i(x^i), \quad i=1, 2, \dots, N, \end{aligned}$$

在 x_0^i 点具有相关度 n , 则系统(2.1)是相似组合系统, 且其相似参量可由文[35]求出。

2.2 一类结构不确定相似大系统的全息鲁棒控制

这一节研究孤立子系统为单输入线性系统的匹配结构不确定非线性相似组合大系统, 给出其可用结构相似非光滑控制器进行镇定的鲁棒控制器设计方案及镇定域的估计方法。这种控制器由线性和非线性部分组成, 其中的非线性部分类似于“砰砰”控制结构, 比较容易实现。

2.2.1 相似组合系统描述

考虑如下的结构不确定非线性组合大系统

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i \left(u_i + H_i(x) + \Delta H_i(x) \right) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \Phi_{ij}(x_j), \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (2.14)$$

其中 $x_i \in R^n$, $u_i \in R^m$ 分别是第 i 个子系统的状态和输入, A_i, B_i 分别是 n 阶和 $n \times m$ 阶常值阵, $H_i(x) \in V_m^\omega(\Omega)$, $\sum_{j=1, j \neq i}^N \Phi_{ij}(x_j) \in V_n^\omega(\Omega)$ 和 $\Delta H_i(x)$ 分别是匹配互联项, 非匹配互联项和结构不确定的匹配互联项 (Ω_i 是 $x_i=0$ 的某邻域, $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_N$ 是 $x=0$ 的邻域, $x = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_N)$). 不失一般性, 假设 $H_i(0) = \Phi_{ij}(0) = 0$ ($i \neq j, i, j=1, 2, \dots, N$).

定义2.2.1 如果存在 $m \times n$ 阶矩阵 F_i 及 n 阶非奇异阵 T_i 使

$$\begin{aligned} T_1^{-1}(A_1 + B_1 F_1)T_1 &= T_2^{-1}(A_2 + B_2 F_2)T_2 = \dots = T_N^{-1}(A_N + B_N F_N)T_N \\ T_1^{-1}B_1 &= T_2^{-1}B_2 = \dots = T_N^{-1}B_N \end{aligned} \quad (2.15)$$

则称系统(2.14)为相似组合大系统, 并称 (T_i, F_i) 为第 i 个子系统的相似参量.

引理2.2.1 如果非线性组合大系统(2.14)中 (A_i, B_i) ($i = 1, 2, \dots, N$)都是能控对, 则系统(2.14)是相似组合大系统.

证明 不妨设 $m = 1$, 由 (A_i, B_i) ($i = 1, 2, \dots, N$)可控知, 存在非奇异变换

$$z_i = T_i z_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.16)$$

使得在坐标 $z = \text{col}(z_1, z_2, \dots, z_N)$ 下, 系统(2.14)的孤立子系统具有如下的能控标准型结构

$$\dot{z}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_1^i & \dots & -a_{n-1}^i & -a_n^i \end{bmatrix} z_i + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.17)$$

构造控制器

$$u_i = F_i T_i^{-1} z_i + v_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.18)$$

其中 $F_i = (a_1^i, a_2^i, \dots, a_n^i)$, 则在 z 坐标下(2.18)与(2.14)的孤立子系统构成的闭环系统为

$$\dot{z}_i = A z_i + B v_i, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}_{n \times n}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (2.19)$$

于是有

$$T_i^{-1}(A_i + B_i F_i T_i^{-1})T_i = A, \quad T_i^{-1}B_i = B, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

所以, 系统(2.14)是相似组合大系统, 且其相似参量为 $(T_i, F_i T_i^{-1})$ ($i = 1, 2, \dots, N$).
[证毕]

2.2.2 系统的状态输出解耦

考虑一般线性系统

$$\dot{x} = Ax + Bu. \quad (2.20)$$