轮式移动机器人瞬态模型鲁棒自适应同步终端滑模编队控制

赵东亚[1†], 崔文豪[1], 严星刚[2]

(1. 中国石油大学(华东) 化学工程学院, 山东 青岛 266580; 2. 肯特大学 工程技术与数码学院, 英国 坎特伯雷 CT2 7NZ)

摘要: 在轮式移动机器人协同编队问题中, 如何保证移动机器人在追踪自身期望轨迹的同时, 又能实现与其他机器人运动同步的问题对控制算法的设计提出了更高的要求. 本文提出一种基于图论的鲁棒自适应同步终端滑模控制算法来解决这一问题. 首先介绍了轮式移动机器人非线性运动学瞬态模型, 该模型避免了一般运动学模型多输入耦合互相干扰的问题. 然后根据交叉耦合误差设计同步控制算法实现运动同步, 通过鲁棒控制对系统外部干扰进行抑制, 自适应律保证切换增益实时调节. 运用Lyapunov方法进行了稳定性分析, 证明了系统追踪误差的收敛性. 最后通过MATLAB仿真验证了所设计算法的有效性.

关键词: 运动学瞬态模型; 同步控制; 终端滑模控制; 自适应控制; 图论

引用格式: 赵东亚, 崔文豪, 严星刚. 轮式移动机器人瞬态模型鲁棒自适应同步终端滑模编队控制. 控制理论与应用, 2019, 36(x): xxx – xxx

DOI: 10.7641/CTA.2019.80931

Robust adaptive synchronized formation control for the transient model of wheeled mobile robots with terminal sliding mode

ZHAO Dong-ya[1†], CUI Wen-hao[1], YAN Xing-gang[2]

(1. College of Chemical Engineering, China University of Petroleum (East China), Qingdao Shandong 266580, China;
2. School of Engineering and Digital Arts, University of Kent, Canterbury CT2 7NZ, England)

Abstract: In the cooperative formation of wheeled mobile robots, the problem how to guarantee that mobile robots can track their own trajectories while synchronizing motions with others puts forward higher requirements on the design of control algorithms. A robust adaptive synchronized control with terminal sliding mode based on the algebraic graph theory is developed to solve this problem. Firstly, the nonlinear kinematics transient model of wheeled mobile robot is introduced. This model avoids the problem of multi-input coupling mutual interference in general kinematics model. Then, the synchronized control algorithm is designed according to the cross-coupling errors to realize the motion synchronization, and the external disturbance of the system is suppressed by the robust control. The adaptive law ensures the real-time adjustment of the switching gain. The stability analysis is carried out by using the Lyapunov method, which proves the convergence of the system tracking errors. Finally, the effectiveness of the designed algorithm is verified by MATLAB simulation.

Key words: kinematic transient model; synchronized control; terminal sliding mode control; adaptive control systems; graph theory

Citation: ZHAO Dongya, CUI Wenhao, YAN Xinggang. Robust adaptive synchronized formation control for the transient model of wheeled mobile robots with terminal sliding mode. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(x): xxx – xxx

1 引言

近年来, 多机器人系统协调编队问题由于其广泛的应用背景受到越来越多的关注[1]. 多移动机器人系统具有较强的灵活性及自主性, 在地理勘测、侦查救援、无人机编队以及协同运输等领域都有着较好的实际应用[2–7]. 为了完成上述领域中的任务, 需要对多移动机器人系统采用高效的控制方法.

目前, 多机器人的编队控制算法主要包括图论法[8–11]、基于行为法[12–13]、虚拟结构法[14–16]和领航–跟随法[17–23]等. 图论法可对多机器人通讯拓扑结构进行建模. 基于行为法实现简单, 适用于不确定环境. 但编队精度差且很难进行精确的数学分析; 虚拟结构

收稿日期: 2018−11−27; 录用日期: 2019−05−16.
†通信作者. E-mail: dyzhao@upc.edu.cn.
本文责任编委: 武玉强.
国家自然科学基金项目(61473312)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61473312).

法和领航跟随法分别需要虚拟结构和领航机器人全状态信息, 在此基础上设计相关算法策略实现编队控制. 而在许多情况下, 移动机器人在追踪其自身期望轨迹之外, 还需实现与其他机器人之间的运动同步. 1980年密歇根大学针对双轴运动平台率先提出交叉耦合同步控制方法[24]. 同步控制通过定义位置误差及同步误差得到交叉耦合误差, 进而设计同步控制器使3种误差收敛到零, 从而使机器人追踪自身期望轨迹的同时实现与其他机器人的运动同步. 文献[25–26]提出了一种同步控制策略来解决编队控制问题. 同步控制因其控制结构简单、控制效果易实现等优势, 在多轴系统、多机械臂系统中都得到了广泛应用.

文献[27]在使用上述同步控制的基础上结合图论法, 提出两种多机械臂任务空间同步控制算法, 并证明所提出算法能分别实现渐进收敛和有限时间收敛. 文献[28]提出了一种轮式移动机器人非线性不确定运动学瞬态模型, 并针对外部干扰及未知参数变化问题提出一种基于扩展状态观测器的单台机器人自适应滑模控制. 与文献[27]相比, 本文将交叉耦合同步控制应用于多轮式移动机器人协同编队系统, 设计了一种双向环形通讯拓扑, 且本文考虑了系统集总参数不确定性并设计鲁棒控制克服不确定性的影响. 与文献[28]相比, 本文对该瞬态模型中心偏移d的状态方程进行了完善, 避免了一般形式移动机器人运动学模型中多输入耦合的问题, 并将瞬态模型应用于由n个移动机器人组成的系统中. 与文献[28]中控制系统渐进稳定相比, 本文结合终端滑模控制算法实现系统有限时间稳定.

2 问题描述

图论是一种能清晰完整地描述移动机器人之间通讯拓扑的数学工具. 令$G=(V,\xi)$表示一个无向图, 其中: $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$表示由n个节点组成的节点集, $\xi\subseteq V\times V$表示边的集合. 如果$(v_i,v_j)\in\xi$则表示机器人i与机器人j能够相互通讯. 定义$A=[a_{ij}]\in\mathbb{R}^{n\times n}$表示无向图$G$的加权邻接矩阵, 其中$a_{ij}$表示$v_i$与$v_j$之间的连接权重, 其值定义为

$$a_{ij}=\begin{cases}1,\ (v_i,v_j)\in\xi,\ i\neq j,\\ 0,\ \text{其他}.\end{cases}\tag{1}$$

定义对角矩阵$B=\mathrm{diag}\{b_1,b_2,\cdots,b_n\}\in\mathbb{R}^{n\times n}$, 其中$b_i=\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij},\ i=1,2,\cdots,n$, 则无向图$G$的拉普拉斯(Laplacian)矩阵$L$定义为

$$L=B-A\in\mathbb{R}^{n\times n}.\tag{2}$$

2.1 轮式移动机器人运动学模型

考虑由n台轮式移动机器人组成的系统. 每个机器人由两个差动驱动轮和两个全向从动轮组成, 每个驱动轮受各自直流伺服电机控制.

如图1所示. 假设在某瞬时时刻t时, 机器人几何中心O正沿图中虚线圆围绕一瞬时中心A进行转动. R_{a}表示此时刻机器人绕A点转动的曲率半径; v_1和v_2分别为左右驱动轮的前进速度.

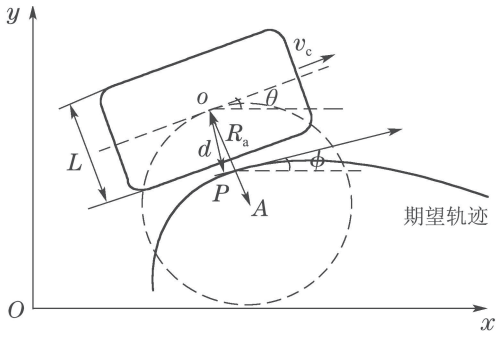


图 1 运动学模型

Fig. 1 The kinematics model

两驱动轮中心的速度为

$$v_{\mathrm{c}}=\frac{v_1+v_2}{2}.\tag{3}$$

假设u_1, u_2分别为左右驱动轮直流电机电枢电压, T_{m}为电机机械时间常数, K_{d}为电机反电动势常数, r为驱动轮半径, i为减速齿轮传动比, K_{s}为移动机器人驱动增益, 则K_{s}可表示为

$$K_{\mathrm{s}}=\frac{2\pi rK_{\mathrm{d}}}{60i}.\tag{4}$$

由直流伺服电机特性可以得到以下传递函数:

$$\begin{cases}V_1(s)=\dfrac{K_{\mathrm{s}}}{1+T_{\mathrm{m}}s}U_1(s),\\ V_2(s)=\dfrac{K_{\mathrm{s}}}{1+T_{\mathrm{m}}s}U_2(s),\end{cases}\tag{5}$$

其中$V_1(s), V_2(s), U_1(s), U_2(s)$分别为$v_1, v_2, u_1, u_2$的拉普拉斯变换.

由于移动机器人当前路径与期望轨迹之间存在误差, 因此需要给直流电机增加或减去一部分纠正电压Δu, 则u_1, u_2可表示为

$$\begin{cases}u_1=u_{\mathrm{c}}+\Delta u,\\ u_2=u_{\mathrm{c}}-\Delta u,\end{cases}\tag{6}$$

其中u_{c}表示直流电机能够驱动机器人保持速度v_{c}进行运动的基准电压.

则左右驱动轮的前进速度表示为

$$\begin{cases}v_1=v_{\mathrm{c}}+\Delta v,\\ v_2=v_{\mathrm{c}}-\Delta v,\end{cases}\tag{7}$$

其中Δv表示驱动轮的前进速度纠正量.

图1中: θ为机器人航向角; 点p为期望轨迹上的参考点; d为移动机器人几何中心O与p点之间的中心偏移距离; ϕ为p点的切线角. 在一段很短的时间间隔Δt

内, χ_θ和χ_d分别表示θ和d的变化量. 则从图1所示的几何关系可得

$$\begin{cases}\chi_\theta = \dfrac{(v_1 - v_2)\Delta t}{R_\mathrm{a}},\\ \chi_\mathrm{d} = \dfrac{(v_1 + v_2)\Delta t}{2}\sin\chi_\theta.\end{cases} \tag{8}$$

若期望轨迹如图1所示, 当$\Delta t \to 0$时, χ_θ, χ_d均为减小量的绝对值, $\Delta\theta = -\chi_\theta < 0$, $\Delta d = -\chi_\mathrm{d}$. 因此可得到以下微分方程:

$$\begin{cases}\dot\theta = \dfrac{v_2 - v_1}{R_\mathrm{a}} = -\dfrac{2}{R_\mathrm{a}}\Delta v,\\ \dot d = -\dfrac{(v_1 + v_2)}{2}\sin\chi_\theta = -v_\mathrm{c}\sin\chi_\theta.\end{cases} \tag{9}$$

若期望轨迹位于机器人上方, 当$\Delta t \to 0$时, χ_θ为增大量的绝对值, 则χ_d为减小量的绝对值, $\Delta\theta = \chi_\theta > 0$, $\Delta d = -\chi_\mathrm{d}$. 但此时由于机器人在纠正电压的作用下转动方向与图1相反, 因此$\Delta v < 0$, 故微分方程仍如式(9)所示.

由于移动机器人追踪期望轨迹需满足当前航向角追踪期望轨迹切线角, 即$\theta \to \phi$, 因此角度总变化量等于二者之差:

$$\int \chi_\theta \mathrm{d}t = \theta - \phi, \tag{10}$$

则式(9)可变为

$$\begin{cases}\dot\theta = \dfrac{v_2 - v_1}{R_\mathrm{a}} = -\dfrac{2}{R_\mathrm{a}}\Delta v,\\ \dot d = -\dfrac{(v_1 + v_2)}{2}\sin(\Delta\theta) = -v_\mathrm{c}\sin(\theta - \phi).\end{cases} \tag{11}$$

对式(6)–(7)进行拉普拉斯变换并代入式(5)可得

$$\Delta V(s) = \frac{V_1(s) - V_2(s)}{2} = \frac{K_\mathrm{s}}{1 + T_\mathrm{m}s}\Delta U(s), \tag{12}$$

其中$\Delta V(s)$和$\Delta U(s)$分别为Δv和Δu的拉普拉斯变换.

对式(12)进行拉普拉斯逆变换可得以下微分方程:

$$\Delta\dot v(t) = -\frac{1}{T_\mathrm{m}}\Delta v(t) + \frac{K_\mathrm{s}}{T_\mathrm{m}}\Delta u(t). \tag{13}$$

定义$x = [x_1\ \ x_2\ \ x_3]^\mathrm{T} = [d\ \ \theta\ \ \Delta v]^\mathrm{T}$为状态变量矩阵, 以及控制输入$u = [\Delta u]$. 取$y = \theta = x_2$为系统输出. 由式(11)(13)可得以下方程:

$$\begin{cases}\dot x_1 = -v_\mathrm{c}\sin(x_2 - \phi),\\ \dot x_2 = -\dfrac{2}{R_\mathrm{a}}x_3,\\ \dot x_3 = -\dfrac{1}{T_\mathrm{m}}x_3 + \dfrac{K_\mathrm{s}}{T_\mathrm{m}}u,\\ y = x_2.\end{cases} \tag{14}$$

下式表示一般形式移动机器人运动学模型:

$$\begin{cases}\dot x = v\cos\theta,\\ \dot y = v\sin\theta,\\ \dot\theta = \omega.\end{cases} \tag{15}$$

瞬态运动学模型(14)将一般运动学系统转化为单输入串级控制系统, 从而避免了模型(15)中v, ω多输入耦合造成相互干扰的问题.

在现实条件下, 由于存在齿轮间隙、温度改变造成的电机参数变化、机器人与地面间摩擦、机械系统磨损等因素, 因此需考虑系统不确定性及外部干扰的影响, 则第i个机器人的系统状态方程为

$$\begin{cases}\dot x_{1i} = -v_\mathrm{c}\sin(x_{2i} - \phi_i),\\ \dot x_{2i} = -\dfrac{2}{R_{\mathrm{a}i}}x_{3i},\\ \dot x_{3i} = -\dfrac{1}{T_\mathrm{m}}x_{3i} + \dfrac{K_\mathrm{s}}{T_\mathrm{m}}u_i - D,\\ y_i = x_{2i},\end{cases} \tag{16}$$

其中D为系统集总参数不确定性, 包括模型不确定性和外部干扰等. D满足$\|D\| \leqslant D_0$, D_0为正实数.

2.2　交叉耦合误差

定义第i个机器人角度误差:

$$e_i = \theta_i - \phi_i = x_{2i} - \phi_i, \tag{17}$$

其中θ_i, ϕ_i分别表示第i个机器人的当前航向角和期望轨迹切线角.

由于系统的同步要求各机器人保持与其他机器人之间的运动同步, 即各机器人在运动时保持一定的几何关系. 用以下同步运动方程表示为

$$c_1\theta_1 = c_2\theta_2 = \cdots = c_i\theta_i = \cdots = c_n\theta_n, \tag{18}$$

其中$c_i > 0$为第i个机器人的同步系数.

由于在同步运动过程当中, 机器人最终需实现跟踪各自期望轨迹的任务, 因此期望航向角ϕ_i同样需满足同步运动方程(18), 即

$$c_1\phi_1 = c_2\phi_2 = \cdots = c_i\phi_i = \cdots = c_n\phi_n. \tag{19}$$

由式(18)–(19)可得多移动机器人系统所要实现的同步约束:

$$c_1e_1 = c_2e_2 = \cdots = c_ie_i = \cdots = c_ne_n. \tag{20}$$

根据无向图理论, 同步误差可定义为

$$\varepsilon_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(e_i - e_j), \tag{21}$$

其中a_{ij}为集合A中的元素.

设计双向环形通讯拓扑, 如图2所示.

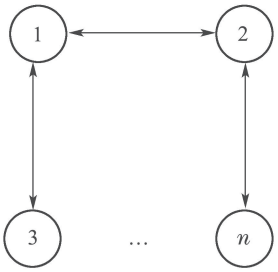


图 2 通讯拓扑

Fig. 2 Communication topology

并结合式(20), 定义位置同步误差:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = 2c_1e_1 - c_2e_2 - c_ne_n, \\ \quad\vdots \\ \varepsilon_i = 2c_ie_i - c_{i+1}e_{i+1} - c_{i-1}e_{i-1}, \\ \quad\vdots \\ \varepsilon_n = 2c_ne_n - c_{n+1}e_{n+1} - c_{n-1}e_{n-1}, \end{cases} \tag{22}$$

其中ε_i为第i个移动机器人的航向角同步误差.

将式(22)以矩阵形式表示:

$$\varepsilon = Te, \tag{23}$$

其中系数矩阵

$$T = \begin{bmatrix} 2c_1 & -c_2 & 0 & \cdots & 0 & -c_n \\ -c_1 & 2c_2 & -c_3 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -c_{i-1} & 2c_i & -c_{i+1} & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & -c_{n-2} & 2c_{n-1} & -c_n \\ -c_1 & 0 & \cdots & 0 & -c_{n-1} & 2c_n \end{bmatrix} \tag{24}$$

为同步转换矩阵, $T \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $\varepsilon = [\varepsilon_1^{\mathrm{T}}\ \varepsilon_2^{\mathrm{T}} \cdots \varepsilon_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $e = [e_1^{\mathrm{T}}\ e_2^{\mathrm{T}} \cdots e_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$.

当$c_1 = c_2 = \cdots = c_n = 1$时由图论基本概念可知, 同步转换矩阵$T$即为图2所示通讯拓扑的拉普拉斯矩阵. 当$\varepsilon = 0$时, 系统将会满足同步约束(20).

根据文献[24]定义交叉耦合误差如下:

$$E_i = e_i + \varphi\varepsilon_i, \tag{25}$$

其中: E_i为第i个移动机器人的交叉耦合误差; $\varphi > 0$表示耦合系数. 考虑整个机器人系统并结合式(24), 得到整个系统交叉耦合误差为

$$E = (I + \varphi T)e, \tag{26}$$

其中$E = [E_1^{\mathrm{T}}\ E_2^{\mathrm{T}}\ \cdots\ E_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$.

由于$I + \phi T$为对称正定矩阵, 因此当交叉耦合误差E收敛到0时, 航向角误差e与同步误差ε也将收敛到0.

3 鲁棒自适应终端滑模同步控制器设计

由于移动机器人追踪期望轨迹需满足以下两个条件:

1) 机器人航向角追踪期望轨迹切线角;

2) 机器人中心偏移趋近于0.

因此系统同步控制目标可总结为通过控制器的设计实现交叉耦合误差E和中心偏移d收敛到0.

为了简化运算, 首先定义如下符号:

$$\mathrm{sig}(\chi)^{\gamma} = [|\chi_1|^{\gamma}\mathrm{sgn}\,\chi_1\ \cdots\ |\chi_n|^{\gamma}\mathrm{sgn}\,\chi_n]^{\mathrm{T}}. \tag{27}$$

根据构造的交叉耦合误差, 设计如下终端滑模控制器:

$$s = \lambda_1 E^{\gamma} + \dot{E}, \tag{28}$$

其中: $\lambda_1 > 0$; $0 < \gamma < 1$; E由式(26)给出.

对滑模(28)求其一阶导数可得

$$\begin{aligned} \dot{s} = {} & \lambda_1\gamma E^{\gamma-1}\dot{E} + \ddot{E} = \\ & \lambda_1\gamma E^{\gamma-1}\dot{E} + (I+\varphi T)\ddot{e} = \\ & \lambda_1\gamma E^{\gamma-1}\dot{E} + (I+\varphi T)(\ddot{x}_2 - \ddot{\phi}), \end{aligned} \tag{29}$$

其中: 系统状态$x_2 = [x_{21}\ x_{22}\ \cdots\ x_{2n}]^{\mathrm{T}}$; 期望角度$\phi = [\phi_1\ \phi_2\ \cdots\ \phi_n]^{\mathrm{T}}$.

将式(16)代入式(29)可得

$$\begin{aligned} \dot{s} = {} & \lambda_1\gamma E^{\gamma-1}\dot{E} + (I+\varphi T)\cdot \\ & [\frac{2}{R_{\mathrm{a}}}(\frac{1}{T_{\mathrm{m}}}x_3 - \frac{K_{\mathrm{s}}}{T_{\mathrm{m}}}u + D) - \ddot{\phi}], \end{aligned} \tag{30}$$

其中: 系统状态$x_3 = [x_{31}\ x_{32}\ \cdots\ x_{3n}]^{\mathrm{T}}$; 系统控制输入$u = [u_1\ u_2\ \cdots\ u_n]^{\mathrm{T}}$.

采用如下终端滑模型趋近律, 如式(31)所示:

$$\dot{s} = -K_1 s - K_2\mathrm{sig}(s)^{\beta}, \tag{31}$$

其中: $K_1 > 0$; $K_2 > 0$; $0 < \beta < 1$.

设计如下同步终端滑模控制器:

$$u = u_1 + u_2, \tag{32a}$$

$$\begin{aligned} u_1 = {} & \frac{x_3}{K_{\mathrm{s}}} + \frac{R_{\mathrm{a}}T_{\mathrm{m}}}{2K_{\mathrm{s}}}[(I+\varphi T)^{-1}(\lambda_1\gamma E^{\gamma-1}\dot{E} + \\ & K_1 s + K_2\mathrm{sig}(s)^{\beta}) - \ddot{\phi}], \end{aligned} \tag{32b}$$

$$u_2 = \eta\,\mathrm{sgn}\,s, \tag{32c}$$

其中: $u_1 = [u_{11}\ u_{12}\cdots u_{1n}]^{\mathrm{T}}$为趋近控制律, 当$D = 0$时, u_1可保证系统能够有限时间稳定; $u_2 = [u_{21}\ u_{22}\cdots u_{2i}\cdots u_{2n}]^{\mathrm{T}}$为鲁棒控制项, 用以克服$D$的影响.

定理 1 考虑n台移动机器人, 如果位置控制器设计如式(32), 那么其位置交叉耦合误差E可在有限时间收敛到滑模面$s = 0$.

证 定义Lyapunov函数如下:

$$V_1 = \frac{1}{2}s^{\mathrm{T}}s. \tag{33}$$

对其求导, 先后代入式(30)和式(32)整理可得

$$\begin{aligned} & \dot{V}_1 = s^{\mathrm{T}}\dot{s} = \\ & -s^{\mathrm{T}}\{\lambda_1\gamma E^{\gamma-1}\dot{E} + (I+\varphi T)\cdot \end{aligned}$$

$$[\frac{2}{R_{\rm a}}(\frac{1}{T_{\rm m}}x_3-\frac{K_{\rm s}}{T_{\rm m}}u+D)-\ddot{\phi}]\}=$$
$$-s^{\rm T}[K_1s+K_2{\rm sig}(s)^{\beta}+\eta{\rm sgn}\,s-\frac{2}{R_{\rm a}}D]\leqslant$$
$$-K_1\|s\|^2-K_2\|s\|^{\beta+1}\leqslant$$
$$-2K_1V_1-2^{\frac{\beta+1}{2}}K_2V_1^{\frac{\beta+1}{2}}\leqslant-\vartheta_1V_1-\vartheta_2V_1^{\frac{\beta+1}{2}},\tag{34}$$

其中: $\vartheta_1=2K_1>0$; $\vartheta_2=2^{\frac{\beta+1}{2}}K_2>0$; $\dfrac{\beta+1}{2}\in(0,1)$; 鲁棒项$\eta\,{\rm sgn}\,s$足够大时即可抵消干扰项$D$的影响.

由文献[29]可知, 解微分不等式(34)可得收敛时间保守估计为

$$T\leqslant\frac{1}{\vartheta_1(1-\beta)/2}\times\ln\frac{\vartheta_1V_1^{(1-\beta)/2}s(0)+\vartheta_2}{\vartheta_2},\tag{35}$$

证明系统状态可以在有限时间收敛到滑模面$s=0$.

证毕.

为避免实际应用中由于调节控制器切换增益K_2而造成的困难, 提高控制器性能, 引入自适应律

$$\dot{\hat{K}}_2(t)=\zeta{\rm sgn}\,\hat{K}_2\sqrt{c+\left|\hat{K}_2\right|}[s^{\rm T}\hat{K}_2{\rm sig}(s)^{\beta}-\tau x_1^{\rm T}x_1-x_1^{\rm T}v_{\rm c}\sin(x_2-\phi)],\tag{36}$$

其中: $\hat{K}_2$是K_2的估计值; ζ, τ, c均为大于0的常数.

则由式(32), 式(36)最终得到终端滑模控制器为

$$u=\frac{x_3}{K_{\rm s}}+\frac{R_{\rm a}T_{\rm m}}{2K_{\rm s}}[(I+\varphi T)^{-1}(\lambda_1\gamma E^{\gamma-1}\dot{E}+K_1s+\hat{K}_2{\rm sig}(s)^{\beta})-\ddot{\phi}]+\eta\,{\rm sgn}\,s.\tag{37}$$

4　系统稳定性证明

引理 1(Barbalat引理[30])　若$x:[0,\infty)\to\mathbb{R}$一致连续, $\lim\limits_{t\to\infty}\int_0^t x(\tau){\rm d}\tau$存在且有界, 则$\lim\limits_{t\to\infty}x(t)=0$.

定理 2　考虑不确定非线性移动机器人系统(16), 如果在滑模切换函数(28)的基础上设计终端滑模同步控制器(37)并采用自适应律(36), 则航向角交叉耦合误差E和中心偏移$x_1=d$均会渐进收敛到0.

证　对于系统(16), 定义一个新的Lyapunov函数:

$$V_2=\frac{1}{2}s^{\rm T}s+\frac{2}{\zeta}\sqrt{c+|\hat{K}_2|}+\frac{1}{2}x_1^{\rm T}x_1\geqslant0,\tag{38}$$

对其进行求导可得

$$\dot{V}_2=s^{\rm T}\dot{s}+\frac{\dot{\hat{K}}_2{\rm sgn}\,\hat{K}_2}{\zeta\sqrt{c+|\hat{K}_2|}}+x_1^{\rm T}\dot{x}_1.\tag{39}$$

将式(16)(30)(36)–(37)代入式(39)可以得到

$$\dot{V}_2=s^{\rm T}[\lambda_1\gamma E^{\gamma-1}\dot{E}+(I+\varphi T)(\frac{2}{R_{\rm a}T_{\rm m}}x_3-\frac{2K_{\rm s}}{R_{\rm a}T_{\rm m}}u+\frac{2}{R_{\rm a}}D-\ddot{\phi})]+\frac{\dot{\hat{K}}_2{\rm sgn}\,\hat{K}_2}{\zeta\sqrt{c+|\hat{K}_2|}}+x_1^{\rm T}v_{\rm c}\sin(x_2-\phi)=$$
$$s^{\rm T}[-K_1s-\hat{K}_2{\rm sig}(s)^{\beta}]+\frac{\dot{\hat{K}}_2{\rm sgn}\,\hat{K}_2}{\zeta\sqrt{c+|\hat{K}_2|}}+x_1^{\rm T}v_{\rm c}\sin(x_2-\phi)=$$
$$-K_1\|s\|^2-\tau\|x_1\|^2\leqslant0.\tag{40}$$

因此V_2是半负定函数, 随时间t满足以下条件:

$$V_2(s(t),x_1(t))\leqslant V_2(s(0),\,x_1(0))<\infty.\tag{41}$$

由式(40)可得

$$\dot{V}_2=-K_1s^2-\tau x_1^2\leqslant-K_1s^2.\tag{42}$$

而由式(42)可得

$$\int_0^\infty s^2{\rm d}t\leqslant-\frac{1}{k}\int_0^\infty\dot{V}_2{\rm d}t=\frac{1}{k}(V_2(0)-V_2(\infty))<\infty.\tag{43}$$

同理可得

$$\int_0^\infty x_1^2{\rm d}t\leqslant-\frac{1}{\tau}\int_0^\infty\dot{V}_2{\rm d}t=\frac{1}{\tau}(V_2(0)-V_2(\infty))<\infty.\tag{44}$$

由于x_1和s均一致连续, 根据Barbalat引理[30]可得: 当$t\to\infty$时, 有$x_1\to0$, $s\to0$, 即中心偏移$x_1=d$可渐进收敛到0. 又由式(14)中$\dot{x}_1=-v_{\rm c}\sin(x_2-\phi)$可知, 若$x_2$有限时间收敛, 则$x_1=d$也可有限时间收敛.　　证毕.

因此由上述证明可得航向角交叉耦合误差E和中心偏移$x_1=d$均会有限时间收敛到0.

5　仿真结果

为证明算法的有效性, 针对由4台机器人组成的系统进行仿真验证. 控制器参数设置如下:

$$\lambda_1=20,\ \gamma=0.3,\ K_1=2,\ \beta=0.9,$$
$$\varphi=0.1,\ \zeta=5,\ \eta=2.82,\ c=0.1,\ \tau=1.$$

切换增益估计值初值为$\hat{K}_2(0)=0$, 干扰项$D=2\sin(0.8\pi t)$. 期望轨迹设定为

$$\begin{cases}x_{\rm d}=t,\\ y_{\rm d1}=\sin(0.5x_{\rm d})+0.5x_{\rm d}+2,\\ y_{\rm d2}=\sin(0.5x_{\rm d})+0.5x_{\rm d}+3,\\ y_{\rm d3}=\sin(0.5x_{\rm d})+0.5x_{\rm d}+4,\\ y_{\rm d4}=\sin(0.5x_{\rm d})+0.5x_{\rm d}+5,\end{cases}\tag{45}$$

则4辆移动机器人期望航向角为

$$\phi_1=\phi_2=\phi_3=\phi_4=\arctan(0.5\cos(0.5t)+0.5).\tag{46}$$

移动机器人物性参数如表1所示[17].

表 1 机器人物性参数

Table 1 Robot physical property parameters

参数	描述	数值	单位
$T_{\rm m}$	直流电机机械时间常数	0.021	s
$k_{\rm d}$	直流电机反电动势常数	230	V/s
$K_{\rm s}$	移动机器人驱动增益	0.445	V/s
r	驱动轮半径	0.125	m
$v_{\rm c}$	移动机器人前行速度	2	m/s
i	减速齿轮传动比	29	

机器人初值坐标为$(0,0)$, $(0,1)$, $(0,2)$, $(0,3)$, 初始航向角为$\theta_1=\theta_2=\theta_3=\theta_4=\dfrac{\pi}{3}$. 仿真时间$T=15\,{\rm s}$. 仿真结果如下:

图3表示4辆移动机器人追踪期望轨迹的过程. 从图3可以看出4辆机器人均能在很短时间内实现对各自期望轨迹的跟踪.

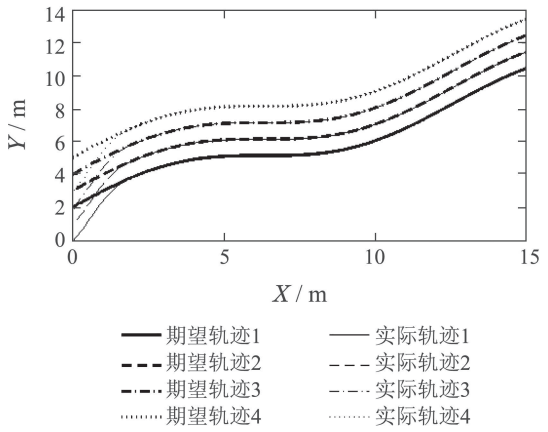
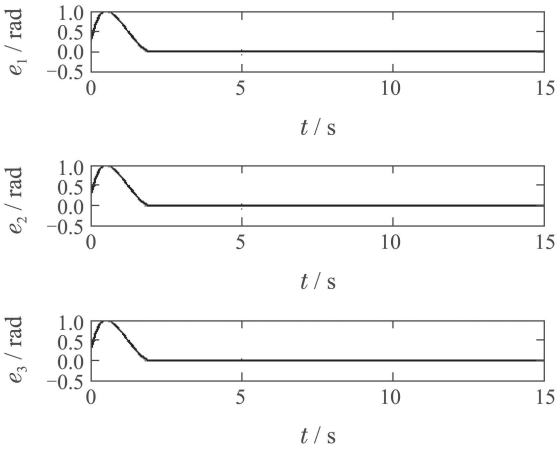


图 3 期望轨迹跟踪

Fig. 3 Tracking of desired trajectories

图4–5分别表示4辆机器人航向角误差e及航向角交叉耦合误差E收敛情况. 可以看出航向角误差与交叉耦合误差均能有限时间收敛到0, 实现对期望航向角ϕ(期望轨迹切线角)的跟踪.



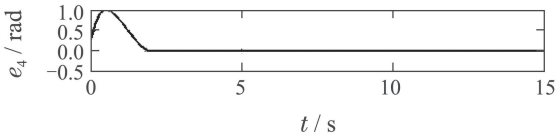


图 4 航向角误差

Fig. 4 Heading angle errors

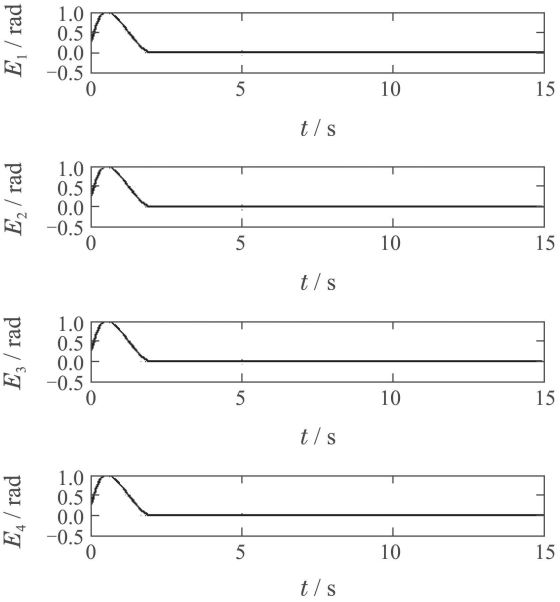


图 5 交叉耦合误差

Fig. 5 Cross coupling errors

从图6可以看出机器人中心偏移d(位置误差)能迅速收敛到0, 实现对期望轨迹的位置跟踪. 且由图4–6可以看出, 4辆车角度误差、交叉耦合误差及中心偏移收敛趋势完全一致, 证明移动机器人在追踪各自期望轨迹的同时能够实现与其他机器人的运动同步, 证明所提出的同步算法的有效性.

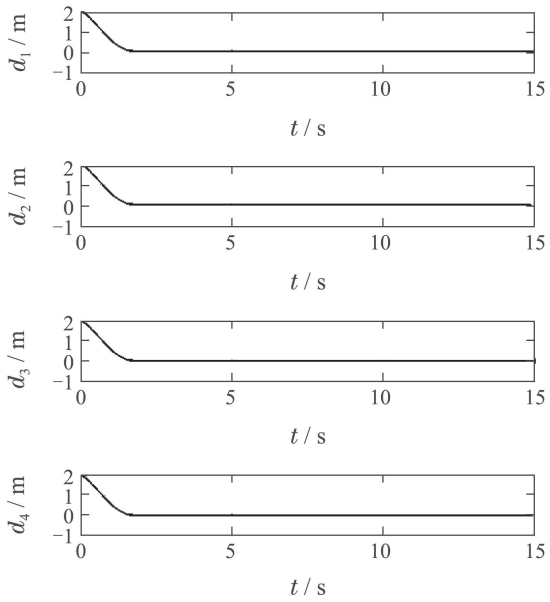


图 6 中心偏移

Fig. 6 Center offset

图7表示在系统进入稳态之后$t = 5$时对第一辆移动机器人施加$D = 10$的外加干扰之后系统的同步误差. 可以看出其他3辆机器人有相同的变化趋势, 进一步证明了同步控制的有效性. 图8表示机器人控制输入, 可以看出控制输入均有界且能够实现稳定. 仿真结果证明了所设计控制算法的有效性.

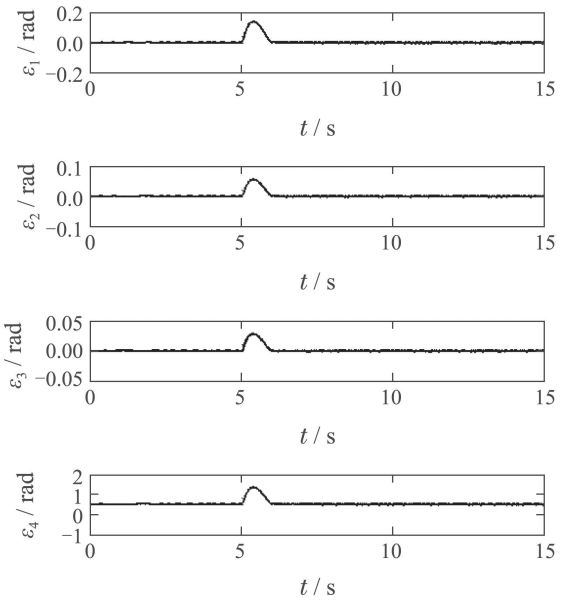


图 7 同步误差

Fig. 7 Synchronization errors

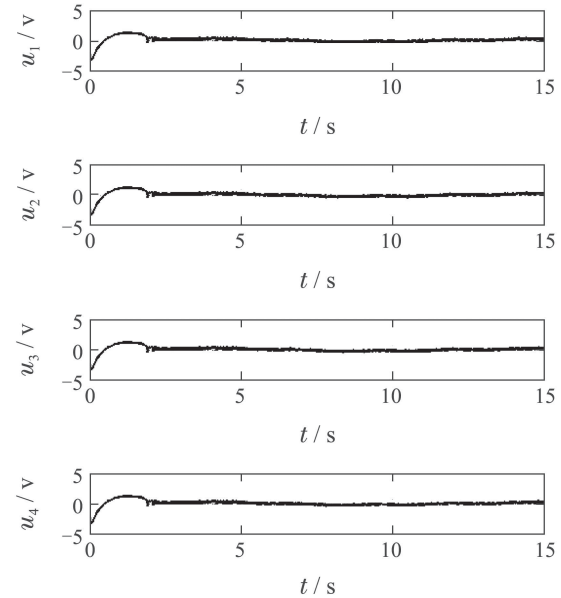


图 8 控制输入

Fig. 8 Control inputs

6 结论

本文以多移动机器人系统为研究对象, 提出了一种基于瞬态模型和图论原理的鲁棒自适应同步终端滑模控制器设计方法, 避免了一般移动机器人一般运动学模型多输入耦合的问题. 通过结合鲁棒控制克服了系统集总不确定性的影响, 同时采用自适应参数估计完成切换增益的实时调节. 所设计交叉耦合同步控制器不仅可以实现移动机器人追踪自身期望轨迹, 同时又解决了与其他机器人的运动同步问题.

参考文献:

[1] XIE G, WANG L. Moving formation convergence of a group of mobile robots via decentralised information feedback. *International Journal of Systems Science*, 2009, 40(10): 1019 – 1027.

[2] ZHOU Chao, CAO Zhiqiang, WANG Shuo, et al. The design and path planning of a miniature biomimetic robotic fish. *Automatica Sinica*, 2008, 34(7): 772 – 777.
(周超, 曹志强, 王硕, 等. 微小型仿生机器鱼设计与实时路径规划. 自动化学报, 2008, 34(7): 772 – 777.)

[3] CASBEE R D W, KIJNGSTON D B, BEARD R W, et al. Cooperative forest fire surveillance using a team of small unmanned air vehicles. *International Journal of Systems Science*, 2006, 37(6): 351 – 360.

[4] MONTEI R O S, BICHO E. Attractor dynamics approach to formation control: theory and application. *Autonomous Robots*, 2010, 29 (3/4): 331 – 355.

[5] ZHAO Y, LI B, QIN J, et al. H∞Consensus and synchronization of nonlinear systems based on a novel fuzzy model. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2013, 43(6): 2157 – 2169.

[6] LEE T H, MA Q, XU S, et al. Pinning control for cluster synchronisation of complex dynamical networks with semi-Markovian jump topology. *International Journal of Control*, 2015, 88(6): 1223 – 1235.

[7] XIAO Q, HUANG Z. Consensus of multi-agent system with distributed control on time scales. *Applied Mathematics and Computation*, 2016, 277: 54 – 71.

[8] LI X, YANG G. Adaptive decentralized control for a class of interconnected nonlinear systems via backstepping approach and graph theory. *Automatica*, 2017, 76: 87 – 95.

[9] KAN Z, SHEA J M, DIXON W E. Leader–follower containment control over directed random graphs. *Automatica*, 2016, 66: 56 – 62.

[10] XIANG Z, WANG J, WANG J, et al. Distributed adaptive sliding mode control for nonlinear heterogeneous multi-agent systems with unknown disturbances. *The 36th Chinese Control Conference*. Dalian, China: IEEE, 2017: 8212 – 8217.

[11] LV Y, LI Z, DUAN Z, et al. Distributed adaptive output feedback consensus protocols for linear systems on directed graphs with a leader of bounded input. *Automatica*, 2016, 74: 308 – 314.

[12] BALCH T, ARKIN R C. Behavior-based formation control for multirobot teams. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998, 14(6): 926 – 939.

[13] LAWTON J R T, BEARD R W, YOUNG B J. A decentralized approach to formation maneuvers. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2003, 19(6): 933 – 941.

[14] REN W, SORENSEN N. Distributed coordination architecture for multi-robot formation control. *Robotics and Autonomous Systems*, 2008, 56(4): 324 – 333.

[15] GHOMMAM J, MEHRJERDI H, SAAD M, et al. Formation path following control of unicycle-type mobile robots. *Robotics and Autonomous Systems*, 2010, 58(5): 727 – 736.

[16] MEHRJERDI H, GHOMMAM J, SAAD M. Nonlinear coordination control for a group of mobile robots using a virtual structure. *Mechatronics*, 2011, 21(7): 1147 – 1155.

[17] CONSONLINI L, MORBIDI F, PRATTICHIZZO D, et al. Leader–follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints. *Automatica*, 2008, 44(5): 1343 – 1349.

[18] SHAO J, XIE G, WANG L. Leader-following formation control of multiple mobile vehicles. *IET Control Theory & Applications*, 2007, 1(2): 545 – 552.

[19] YANG Li, CAO Zhiqiang, TAN Min. Dynamic formation control for multiple robots in uncertain environments. *Robot*, 2010, 32(2): 283 – 288.
(杨丽, 曹志强, 谭民. 不确定环境下多机器人的动态编队控制. 机器人, 2010, 32(2): 283 – 288.)

[20] ZUO S, SONG Y, LEWIS F L, et al. Adaptive output containment control of heterogeneous multi-agent systems with unknown leaders. *Automatica*, 2018, 92: 235 – 239.

[21] WANG Y, SONG Y. Leader-following control of high-order multi-agent systems under directed graphs: pre-specified finite time approach. *Automatica*, 2018, 87: 113 – 120.

[22] SHAO J, QIN J, BISHOP A N, et al. A novel analysis on the efficiency of hierarchy among leader-following systems. *Automatica*, 2016, 73: 215 – 222.

[23] PEREIRA P O, CUNHA R, CABECINHAS D, et al. Leader following trajectory planning: A trailer-like approach. *Automatica*, 2017, 75: 77 – 87.

[24] LORENZ R D, SCHMIDT P B. Synchronized motion control for process automation. *Conference Record of the 1989 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*. New York, USA: IEEE, 1989: 1693 – 1698.

[25] SUN D, WANG C. Controlling swarms of mobile robots for switching between formations using synchronization concept. *2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Roma, Italy: IEEE, 2007: 2300 – 2305.

[26] SUN D, WANG C, SHANG W, et al. A synchronization approach to trajectory tracking of multiple mobile robots while maintaining time-varying formations. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, 25(5): 1074 – 1086.

[27] ZHAO D, LIU C, ZHU Q, et al. Task space synchronized control for multiple robotic manipulators. *The 33rd Chinese Control Conference*. Najing, China: IEEE, 2014: 1856 – 1861.

[28] CUI M, LIU W, LIU H, et al. Extended state observer-based adaptive sliding mode control of differential-driving mobile robot with uncertainties. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 83(1/2): 667 – 683.

[29] YU S, YU X, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957 – 1964.

[30] SLOTINE J J E, LI W. *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall, 1991.

作者简介:

赵东亚 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为过程建模与控制、滑模控制、机器人控制等, E-mail: dyzhao@upc.edu.cn;

崔文豪 硕士研究生, 目前研究方向为多移动机器人编队控制、同步控制、滑模控制, E-mail: 15588636162@163.com;

严星刚 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为滑模控制、大系统控制、分散控制, E-mail: X.Yan@kent.ac.uk.