Computer Science at Kent

Proof of New Implicational Relationships between Generalized Symmetries

Neil Kettle and Andy King

Technical Report No: 13-05
Date: February 2006

Published by the Computing Laboratory,
University of Kent, Canterbury, Kent CT2 7NF, UK.

Abstract

This note provides proof of some new implicational relationships between generalized symmetries. These relationships are formulated in terms of twelve symmetry types. Six of these symmetries are denoted $T_n^{x_i,x_j}$ where the index $n \in [1,6]$ indicates that a specific co-factor equivalence property holds between the variables x_i and x_j. The other six symmetries are denoted $\neg T_n^{x_i,x_j}$, and indicate that one co-factor is equivalent to the negation of the other. The relationships that are specified take the form, if $T_p^{x_i,x_j}$ and $T_q^{x_j,x_k}$ hold then $T_r^{x_i,x_j}$ holds where T_p, T_q and T_r denote one of these twelve symmetry types.

1 Introduction

A Boolean function $f(x_1 \ldots x_n)$ is said to be classically symmetric in a variable pair (x_i, x_j) iff $f(\ldots, x_i, \ldots, x_j, \ldots) = f(\ldots, x_j, \ldots, x_i, \ldots)$. It is well known that classical symmetries are transitive in the sense that if f is classically symmetric in the pairs (x_i, x_j) and (x_j, x_k) then it follows that it is also classically symmetric in the pair (x_i, x_k). This note explains how these implicational relationships extend to generalized symmetries such as those detailed in the table that is immediately below.

Table 1: Generalized Symmetry Types

ID	**Co-factor**
$T_1^{x,y}$	$f\|_{x\leftarrow 1, y\leftarrow 0} = f\|_{x\leftarrow 0, y\leftarrow 1}$
$T_2^{x,y}$	$f\|_{x\leftarrow 0, y\leftarrow 0} = f\|_{x\leftarrow 1, y\leftarrow 1}$
$T_3^{x,y}$	$f\|_{x\leftarrow 0, y\leftarrow 0} = f\|_{x\leftarrow 0, y\leftarrow 1}$
$T_4^{x,y}$	$f\|_{x\leftarrow 1, y\leftarrow 0} = f\|_{x\leftarrow 1, y\leftarrow 1}$
$T_5^{x,y}$	$f\|_{x\leftarrow 0, y\leftarrow 0} = f\|_{x\leftarrow 1, y\leftarrow 0}$
$T_6^{x,y}$	$f\|_{x\leftarrow 0, y\leftarrow 1} = f\|_{x\leftarrow 1, y\leftarrow 1}$

Table 1 can be extended to a total of twelve symmetry types by introducing negations to the co-factor equivalence requirement. For instance, symmetry type $\neg T_1^{x,y}$ is interpreted as asserting the property that $f|_{x\leftarrow 1, y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0, y\leftarrow 1}$. The following table defines some new implicational relationships between these twelve symmetries. For example, the table asserts that if $T_2^{x_i,x_j}$ and $T_5^{x_j,x_k}$ hold, then it follows that $T_5^{x_i,x_k}$ holds. Conversely, if $T_5^{x_i,x_j}$ and $T_2^{x_j,x_k}$ hold, then it follows that $T_6^{x_i,x_k}$ holds. The cited entries indicate previously known transitivity results for $T_1^{x,y}$ and $T_2^{x,y}$ type symmetries.

Table 2: Transitivity Results

	$T_1^{y,z}$	$\neg T_1^{y,z}$	$T_2^{y,z}$	$\neg T_2^{y,z}$	$T_3^{y,z}$	$\neg T_3^{y,z}$	$T_4^{y,z}$	$\neg T_4^{y,z}$	$T_5^{y,z}$	$\neg T_5^{y,z}$	$T_6^{y,z}$	$\neg T_6^{y,z}$
$T_1^{x,y}$	$T_1^{x,z}$ [1]	$\neg T_1^{x,z}$ [1]	$T_2^{x,z}$ [1]	$\neg T_2^{x,z}$ [1]	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$	$T_5^{x,z}$	$\neg T_5^{x,z}$	$T_6^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$
$\neg T_1^{x,y}$	$\neg T_1^{x,z}$ [1]	$T_1^{x,z}$ [1]	$\neg T_2^{x,z}$ [1]	$T_2^{x,z}$ [1]	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$	$\neg T_5^{x,z}$	$T_5^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$	$T_6^{x,z}$
$T_2^{x,y}$	$T_2^{x,z}$ [1]	$\neg T_2^{x,z}$ [1]	$T_1^{x,z}$ [1]	$\neg T_1^{x,z}$ [1]	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$	$T_5^{x,z}$	$\neg T_5^{x,z}$	$T_6^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$
$\neg T_2^{x,y}$	$\neg T_2^{x,z}$ [1]	$T_2^{x,z}$ [1]	$\neg T_1^{x,z}$ [1]	$T_1^{x,z}$ [1]	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$	$\neg T_5^{x,z}$	$T_5^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$	$T_6^{x,z}$
$T_3^{x,y}$	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$				
$\neg T_3^{x,y}$	$\neg T_3^{x,z}$	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$	$T_3^{x,z}$	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$	$T_3^{x,z}$	$\neg T_3^{x,z}$				
$T_4^{x,y}$	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$				
$\neg T_4^{x,y}$	$\neg T_4^{x,z}$	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$	$T_4^{x,z}$	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$	$T_4^{x,z}$	$\neg T_4^{x,z}$				
$T_5^{x,y}$	$T_5^{x,z}$	$T_5^{x,z}$	$T_6^{x,z}$	$T_6^{x,z}$					$T_5^{x,z}$	$T_5^{x,z}$	$T_6^{x,z}$	$T_6^{x,z}$
$\neg T_5^{x,y}$	$\neg T_5^{x,z}$	$\neg T_5^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$					$\neg T_5^{x,z}$	$\neg T_5^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$
$T_6^{x,y}$	$T_6^{x,z}$	$T_6^{x,z}$	$T_5^{x,z}$	$T_5^{x,z}$					$T_5^{x,z}$	$T_5^{x,z}$	$T_6^{x,z}$	$T_6^{x,z}$
$\neg T_6^{x,y}$	$\neg T_6^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$	$\neg T_5^{x,z}$	$\neg T_5^{x,z}$					$\neg T_5^{x,z}$	$\neg T_5^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$	$\neg T_6^{x,z}$

Proofs for each of these entries are given below:

Proof 1

- Suppose $T_1^{x,y}$ and $T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_1^{x,y}$ and $\neg T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_1^{x,y}$ and $T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_4^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_1^{x,y}$ and $\neg T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_4^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_1^{x,y}$ and $T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $T_5^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_1^{x,y}$ and $\neg T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $\neg T_5^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_1^{x,y}$ and $T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_6^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_1^{x,y}$ and $\neg T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_6^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_1^{x,y}$ and $T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $T_3^{x,z}$ holds.
- Suppose $\neg T_1^{x,y}$ and $\neg T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_3^{x,z}$ holds.
- Suppose $\neg T_1^{x,y}$ and $T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_4^{x,z}$ holds.
- Suppose $\neg T_1^{x,y}$ and $\neg T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_4^{x,z}$ holds.
- Suppose $\neg T_1^{x,y}$ and $T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $\neg T_5^{x,z}$ holds.
- Suppose $\neg T_1^{x,y}$ and $\neg T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $T_5^{x,z}$ holds.
- Suppose $\neg T_1^{x,y}$ and $T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_6^{x,z}$ holds.
- Suppose $\neg T_1^{x,y}$ and $\neg T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_6^{x,z}$ holds.
- Suppose $T_2^{x,y}$ and $T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$

and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_4^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_2^{x,y}$ and $\neg T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_4^{x,z}$ holds.
- Suppose $T_2^{x,y}$ and $T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $T_3^{x,z}$ holds.
- Suppose $T_2^{x,y}$ and $\neg T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_3^{x,z}$ holds.
- Suppose $T_2^{x,y}$ and $T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $T_5^{x,z}$ holds.
- Suppose $T_2^{x,y}$ and $\neg T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $\neg T_5^{x,z}$ holds.
- Suppose $T_2^{x,y}$ and $T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_6^{x,z}$ holds.
- Suppose $T_2^{x,y}$ and $\neg T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_6^{x,z}$ holds.
- Suppose $\neg T_2^{x,y}$ and $T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_4^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_2^{x,y}$ and $\neg T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_4^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_2^{x,y}$ and $T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_2^{x,y}$ and $\neg T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_2^{x,y}$ and $T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $\neg T_5^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_2^{x,y}$ and $\neg T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $T_5^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_2^{x,y}$ and $T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_6^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_2^{x,y}$ and $T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_6^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_3^{x,y}$ and $T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_3^{x,y}$ and $\neg T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$

and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_3^{x,y}$ and $T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_3^{x,y}$ and $\neg T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_3^{x,y}$ and $\neg T_3^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_3^{x,y}$ and $T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_3^{x,y}$ and $\neg T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_3^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_4^{x,y}$ and $T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_4^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_4^{x,y}$ and $\neg T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_4^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_4^{x,y}$ and $\neg T_4^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_4^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_5^{x,y}$ and $T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $T_5^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_5^{x,y}$ and $\neg T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $T_5^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_5^{x,y}$ and $T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_6^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_5^{x,y}$ and $\neg T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_6^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_5^{x,y}$ and $\neg T_5^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $\neg T_5^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_5^{x,y}$ and $T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_6^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_5^{x,y}$ and $\neg T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_6^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_6^{x,y}$ and $T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_6^{x,z}$ holds.

- Suppose $T_6^{x,y}$ and $\neg T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$

$= \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $T_6^{x,z}$ holds.

- Suppose $\neg T_6^{x,y}$ and $\neg T_6^{y,z}$ hold. Thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1}$, hence $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 0}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Also $f|_{y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$, thus $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Therefore $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 0,z\leftarrow 1}$ and $f|_{x\leftarrow 0,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,y\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$. Hence $f|_{x\leftarrow 0,z\leftarrow 1} = \neg f|_{x\leftarrow 1,z\leftarrow 1}$ and $\neg T_6^{x,z}$ holds.

Proof 2

- Suppose $T_2^{x,y}$ and $T_1^{y,z}$ hold. Therefore $T_2^{y,x}$ and $T_1^{z,y}$ hold, hence $T_1^{z,y}$ and $T_2^{y,x}$ hold, whence $T_2^{z,x}$ and $T_2^{x,z}$.
- Suppose $T_3^{x,y}$ and $T_1^{y,z}$ hold. Therefore $T_5^{y,x}$ and $T_1^{z,y}$ hold, hence $T_1^{z,y}$ and $T_5^{y,x}$ hold, whence $T_5^{z,x}$ and $T_3^{x,z}$.
- Suppose $T_3^{x,y}$ and $\neg T_1^{y,z}$ hold. Therefore $T_5^{y,x}$ and $\neg T_1^{z,y}$ hold, hence $\neg T_1^{z,y}$ and $T_5^{y,x}$ hold, whence $\neg T_5^{z,x}$ and $\neg T_3^{x,z}$.
- Suppose $T_3^{x,y}$ and $T_2^{y,z}$ hold. Therefore $T_5^{y,x}$ and $T_2^{z,y}$ hold, hence $T_2^{z,y}$ and $T_5^{y,x}$ hold, whence $T_5^{z,x}$ and $T_3^{x,z}$.
- Suppose $T_3^{x,y}$ and $\neg T_2^{y,z}$ hold. Therefore $T_5^{y,x}$ and $\neg T_2^{z,y}$ hold, hence $\neg T_2^{z,y}$ and $T_5^{y,x}$ hold, whence $\neg T_5^{z,x}$ and $\neg T_3^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_3^{x,y}$ and $T_1^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_5^{y,x}$ and $T_1^{z,y}$ hold, hence $T_1^{z,y}$ and $\neg T_5^{y,x}$ hold, whence $\neg T_5^{z,x}$ and $\neg T_3^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_3^{x,y}$ and $\neg T_1^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_5^{y,x}$ and $\neg T_1^{z,y}$ hold, hence $\neg T_1^{z,y}$ and $\neg T_5^{y,x}$ hold, whence $T_5^{z,x}$ and $T_3^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_3^{x,y}$ and $T_2^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_5^{y,x}$ and $T_2^{z,y}$ hold, hence $T_2^{z,y}$ and $\neg T_5^{y,x}$ hold, whence $\neg T_5^{z,x}$ and $\neg T_3^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_3^{x,y}$ and $\neg T_2^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_5^{y,x}$ and $\neg T_2^{z,y}$ hold, hence $\neg T_2^{z,y}$ and $\neg T_5^{y,x}$ hold, whence $T_5^{z,x}$ and $T_3^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_3^{x,y}$ and $T_3^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_5^{y,x}$ and $T_5^{z,y}$ hold, hence $T_5^{z,y}$ and $\neg T_5^{y,x}$ hold, whence $T_5^{z,x}$ and $T_3^{x,z}$.
- Suppose $T_4^{x,y}$ and $T_1^{y,z}$ hold. Therefore $T_6^{y,x}$ and $T_1^{z,y}$ hold, hence $T_1^{z,y}$ and $T_6^{y,x}$ hold, whence $T_6^{z,x}$ and $T_4^{x,z}$.
- Suppose $T_4^{x,y}$ and $\neg T_1^{y,z}$ hold. Therefore $T_6^{y,x}$ and $\neg T_1^{z,y}$ hold, hence $\neg T_1^{z,y}$ and $T_6^{y,x}$ hold, whence $\neg T_6^{z,x}$ and $\neg T_4^{x,z}$.
- Suppose $T_4^{x,y}$ and $T_2^{y,z}$ hold. Therefore $T_6^{y,x}$ and $T_2^{z,y}$ hold, hence $T_2^{z,y}$ and $T_6^{y,x}$ hold, whence $T_6^{z,x}$ and $T_4^{x,z}$.
- Suppose $T_4^{x,y}$ and $\neg T_2^{y,z}$ hold. Therefore $T_6^{y,x}$ and $\neg T_2^{z,y}$ hold, hence $\neg T_2^{z,y}$ and $T_6^{y,x}$ hold, whence $\neg T_6^{z,x}$ and $\neg T_4^{x,z}$.

- Suppose $T_4^{x,y}$ and $T_3^{y,z}$ hold. Therefore $T_6^{y,x}$ and $T_5^{z,y}$ hold, hence $T_5^{z,y}$ and $T_6^{y,x}$ hold, whence $T_6^{z,x}$ and $T_4^{x,z}$.
- Suppose $T_4^{x,y}$ and $\neg T_3^{y,z}$ hold. Therefore $T_6^{y,x}$ and $\neg T_5^{z,y}$ hold, hence $\neg T_5^{z,y}$ and $T_6^{y,x}$ hold, whence $\neg T_6^{z,x}$ and $\neg T_4^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_4^{x,y}$ and $T_1^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_6^{y,x}$ and $T_1^{z,y}$ hold, hence $T_1^{z,y}$ and $\neg T_6^{y,x}$ hold, whence $\neg T_6^{z,x}$ and $\neg T_4^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_4^{x,y}$ and $\neg T_1^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_6^{y,x}$ and $\neg T_1^{z,y}$ hold, hence $\neg T_1^{z,y}$ and $\neg T_6^{y,x}$ hold, whence $T_6^{z,x}$ and $T_4^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_4^{x,y}$ and $T_2^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_6^{y,x}$ and $T_2^{z,y}$ hold, hence $T_2^{z,y}$ and $\neg T_6^{y,x}$ hold, whence $\neg T_6^{z,x}$ and $\neg T_4^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_4^{x,y}$ and $\neg T_2^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_6^{y,x}$ and $\neg T_2^{z,y}$ hold, hence $\neg T_2^{z,y}$ and $\neg T_6^{y,x}$ hold, whence $T_6^{z,x}$ and $T_4^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_4^{x,y}$ and $T_3^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_6^{y,x}$ and $T_5^{z,y}$ hold, hence $T_5^{z,y}$ and $\neg T_6^{y,x}$ hold, whence $T_6^{z,x}$ and $T_4^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_4^{x,y}$ and $\neg T_3^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_6^{y,x}$ and $\neg T_5^{z,y}$ hold, hence $\neg T_5^{z,y}$ and $\neg T_6^{y,x}$ hold, whence $\neg T_6^{z,x}$ and $\neg T_4^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_4^{x,y}$ and $T_4^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_6^{y,x}$ and $T_6^{z,y}$ hold, hence $T_6^{z,y}$ and $\neg T_6^{y,x}$ hold, whence $T_6^{z,x}$ and $T_4^{x,z}$.
- Suppose $T_5^{x,y}$ and $T_1^{y,z}$ hold. Therefore $T_3^{y,x}$ and $T_1^{z,y}$ hold, hence $T_1^{z,y}$ and $T_3^{y,x}$ hold, whence $T_3^{z,x}$ and $T_5^{x,z}$.
- Suppose $T_5^{x,y}$ and $\neg T_1^{y,z}$ hold. Therefore $T_3^{y,x}$ and $\neg T_1^{z,y}$ hold, hence $\neg T_1^{z,y}$ and $T_3^{y,x}$ hold, whence $T_3^{z,x}$ and $T_5^{x,z}$.
- Suppose $T_5^{x,y}$ and $T_2^{y,z}$ hold. Therefore $T_3^{y,x}$ and $T_2^{z,y}$ hold, hence $T_2^{z,y}$ and $T_3^{y,x}$ hold, whence $T_4^{z,x}$ and $T_6^{x,z}$.
- Suppose $T_5^{x,y}$ and $\neg T_2^{y,z}$ hold. Therefore $T_3^{y,x}$ and $\neg T_2^{z,y}$ hold, hence $\neg T_2^{z,y}$ and $T_3^{y,x}$ hold, whence $T_4^{z,x}$ and $T_6^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_5^{x,y}$ and $T_1^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_3^{y,x}$ and $T_1^{z,y}$ hold, hence $T_1^{z,y}$ and $\neg T_3^{y,x}$ hold, whence $\neg T_3^{z,x}$ and $\neg T_5^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_5^{x,y}$ and $\neg T_1^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_3^{y,x}$ and $\neg T_1^{z,y}$ hold, hence $\neg T_1^{z,y}$ and $\neg T_3^{y,x}$ hold, whence $\neg T_3^{z,x}$ and $\neg T_5^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_5^{x,y}$ and $T_2^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_3^{y,x}$ and $T_2^{z,y}$ hold, hence $T_2^{z,y}$ and $\neg T_3^{y,x}$ hold, whence $\neg T_4^{z,x}$ and $\neg T_6^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_5^{x,y}$ and $\neg T_2^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_3^{y,x}$ and $\neg T_2^{z,y}$ hold, hence $\neg T_2^{z,y}$ and $\neg T_3^{y,x}$ hold, whence $\neg T_4^{z,x}$ and $\neg T_6^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_5^{x,y}$ and $T_5^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_3^{y,x}$ and $T_3^{z,y}$ hold, hence $T_3^{z,y}$ and $\neg T_3^{y,x}$ hold, whence $\neg T_3^{z,x}$ and $\neg T_5^{x,z}$.

- Suppose $T_6^{x,y}$ and $T_1^{y,z}$ hold. Therefore $T_4^{y,x}$ and $T_1^{z,y}$ hold, hence $T_1^{z,y}$ and $T_4^{y,x}$ hold, whence $T_4^{z,x}$ and $T_6^{x,z}$.
- Suppose $T_6^{x,y}$ and $\neg T_1^{y,z}$ hold. Therefore $T_4^{y,x}$ and $\neg T_1^{z,y}$ hold, hence $\neg T_1^{z,y}$ and $T_4^{y,x}$ hold, whence $T_4^{z,x}$ and $T_6^{x,z}$.
- Suppose $T_6^{x,y}$ and $T_2^{y,z}$ hold. Therefore $T_4^{y,x}$ and $T_2^{z,y}$ hold, hence $T_2^{z,y}$ and $T_4^{y,x}$ hold, whence $T_3^{z,x}$ and $T_5^{x,z}$.
- Suppose $T_6^{x,y}$ and $\neg T_2^{y,z}$ hold. Therefore $T_4^{y,x}$ and $\neg T_2^{z,y}$ hold, hence $\neg T_2^{z,y}$ and $T_4^{y,x}$ hold, whence $T_3^{z,x}$ and $T_5^{x,z}$.
- Suppose $T_6^{x,y}$ and $T_5^{y,z}$ hold. Therefore $T_4^{y,x}$ and $T_3^{z,y}$ hold, hence $T_3^{z,y}$ and $T_4^{y,x}$ hold, whence $T_3^{z,x}$ and $T_5^{x,z}$.
- Suppose $T_6^{x,y}$ and $\neg T_5^{y,z}$ hold. Therefore $T_4^{y,x}$ and $\neg T_3^{z,y}$ hold, hence $\neg T_3^{z,y}$ and $T_4^{y,x}$ hold, whence $T_3^{z,x}$ and $T_5^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_6^{x,y}$ and $T_1^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_4^{y,x}$ and $T_1^{z,y}$ hold, hence $T_1^{z,y}$ and $\neg T_4^{y,x}$ hold, whence $\neg T_4^{z,x}$ and $\neg T_6^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_6^{x,y}$ and $\neg T_1^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_4^{y,x}$ and $\neg T_1^{z,y}$ hold, hence $\neg T_1^{z,y}$ and $\neg T_4^{y,x}$ hold, whence $\neg T_4^{z,x}$ and $\neg T_6^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_6^{x,y}$ and $T_2^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_4^{y,x}$ and $T_2^{z,y}$ hold, hence $T_2^{z,y}$ and $\neg T_4^{y,x}$ hold, whence $\neg T_3^{z,x}$ and $\neg T_5^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_6^{x,y}$ and $\neg T_2^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_4^{y,x}$ and $\neg T_2^{z,y}$ hold, hence $\neg T_2^{z,y}$ and $\neg T_4^{y,x}$ hold, whence $\neg T_3^{z,x}$ and $\neg T_5^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_6^{x,y}$ and $T_5^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_4^{y,x}$ and $T_3^{z,y}$ hold, hence $T_3^{z,y}$ and $\neg T_4^{y,x}$ hold, whence $\neg T_3^{z,x}$ and $\neg T_5^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_6^{x,y}$ and $\neg T_5^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_4^{y,x}$ and $\neg T_3^{z,y}$ hold, hence $\neg T_3^{z,y}$ and $\neg T_4^{y,x}$ hold, whence $\neg T_3^{z,x}$ and $\neg T_5^{x,z}$.
- Suppose $\neg T_6^{x,y}$ and $T_6^{y,z}$ hold. Therefore $\neg T_4^{y,x}$ and $T_4^{z,y}$ hold, hence $T_4^{z,y}$ and $\neg T_4^{y,x}$ hold, whence $\neg T_4^{z,x}$ and $\neg T_6^{x,z}$.

References

[1] C. C. Tsai and M. Marek-Sadowska. Boolean Functions Classification via Fixed Polarity Reed-Muller Forms. *IEEE Trans. Comput.*, 46(2):173–186, 1997.